NEW

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TRẮC NGHIỆM NÂNG CAO
DÃY SỐ-CẤP SỐ CỘNG CẤP SỐ NHÂN

CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT



ÔN THI THPT QUỐC GIA

DÃY SỐ, CẤP SỐ CỘNG, CẤP SỐ NHÂN

A – LÝ THUYẾT CHUNG

I – DÃY SỐ

- Một hàm số $u:N^* \to \mathbb{R}$ được gọi là một dãy số vô hạn, kí hiệu là (u_n) .

  Khi $n \mapsto u(n)$, khi đó $u_n = u(n)$ gọi là số hạng tổng quát của dãy (u_n)
- Một hàm số u xác định trên tập hợp m số nguyên dương đầu tiên được gọi là dãy số hữu hạn.
- Dãy số (u_n) là dãy số tăng nếu $u_{n+1} - u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

  Dãy số (u_n) là dãy số giảm nếu $u_{n+1} - u_n < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại số M sao cho $u_n \le M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

  Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại số M sao cho $u_n \ge M, \forall n \in \mathbb{N}^*$
  Dãy số được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới.

II - CẤP SỐ CỘNG

1. **Định nghĩa:** (u_n) là cấp số cộng nếu $u_{n+1} = u_n + d$, với $\forall n \in \mathbb{N}^*$, d là hằng số
2. **Các khái niệm:**

   Cho cấp số cộng (u_n) , Khi đó:
- $u_n = u_1 + (n-1)d$: số hạng tổng quát của cấp số cộng
- d : công sai của cấp số cộng
- $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$: tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng

3. **Tính chất:**
- $u_n = \dfrac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2}$
- $S_n = \dfrac{n}{2}(u_1 + u_n)$
- $s_n = \dfrac{n}{2}(2u_1 + (n-1)d)$

III - CẤP SỐ NHÂN

1. **Định nghĩa:** (u_n) là cấp số nhân $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n.q$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$
2. **Các khái niệm:** $u_n = u_1.q^{n-1}, n \ge 1$: số hạng tổng quát của cấp số nhân

   q :công bội của cấp số nhân
3. **Tính chất:**
- $u_n{}^2 = u_{n-1}.u_{n+1}$ $\forall n \ge 2$
- $S_n = u_1 + ... + u_n = \dfrac{u_1.(q^n - 1)}{q-1}$; $q \ne 1$

B - BÀI TẬP

DÃY SỐ

Câu 1. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0,1;0,01;0,001;0,0001;...$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = \underbrace{0,00...01}_{n \text{ chữ số } 0}$. **B.** $u_n = \underbrace{0,00...01}_{n-1 \text{ chữ số } 0}$. **C.** $u_n = \dfrac{1}{10^{n-1}}$. **D.** $u_n = \dfrac{1}{10^{n+1}}$.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \dfrac{(n-1)n}{2}$. **B.** $u_n = 5 + \dfrac{(n-1)n}{2}$.

C. $u_n = 5 + \dfrac{(n+1)n}{2}$. **D.** $u_n = 5 + \dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. **B.** $u_n = 1 + \dfrac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.

C. $u_n = 1 + \dfrac{n(n-1)(2n-1)}{6}$. **D.** $u_n = 1 + \dfrac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$. **B.** $u_n = 2 + n^2$. **C.** $u_n = 2 + (n+1)^2$. **D.** $u_n = 2 - (n-1)^2$.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \dfrac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = -\dfrac{n-1}{n}$. **B.** $u_n = \dfrac{n+1}{n}$. **C.** $u_n = -\dfrac{n+1}{n}$. **D.** $u_n = -\dfrac{n}{n+1}$.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \dfrac{1}{2} + 2(n-1)$. **B.** $u_n = \dfrac{1}{2} - 2(n-1)$. **C.** $u_n = \dfrac{1}{2} - 2n$. **D.** $u_n = \dfrac{1}{2} + 2n$.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + n$. **B.** $u_n = 1 - n$. **C.** $u_n = 1 + (-1)^{2n}$. **D.** $u_n = n$.

Câu 8. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 - n$. **B.** u_n không xác định.

C. $u_n = 1 - n$. **D.** $u_n = -n$ với mọi n.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. **B.** $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.

C. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$. **D.** $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$. **B.** $u_n = 2 + n^2$. **C.** $u_n = 2 + (n+1)^2$. **D.** $u_n = 2 - (n-1)^2$.

Câu 11. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = -\frac{n-1}{n}$. **B.** $u_n = \frac{n+1}{n}$. **C.** $u_n = -\frac{n+1}{n}$. **D.** $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$. **B.** $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$. **C.** $u_n = \frac{1}{2} - 2n$. **D.** $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

Câu 13. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n=(-1).\left(\frac{1}{2}\right)^n$. **B.** $u_n=(-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. **C.** $u_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. **D.** $u_n=(-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

.

Câu 14. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases}u_1=2\\u_{n+1}=2u_n\end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n=n^{n-1}$. **B.** $u_n=2^n$. **C.** $u_n=2^{n+1}$. **D.** $u_n=2$.

Câu 15. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases}u_1=\frac{1}{2}\\u_{n+1}=2u_n\end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n=-2^{n-1}$. **B.** $u_n=\frac{-1}{2^{n-1}}$. **C.** $u_n=\frac{-1}{2^n}$. **D.** $u_n=2^{n-2}$.

Câu 16. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=u_n+(-1)^{2n}\end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n=1+n$. **B.** $u_n=1-n$. **C.** $u_n=1+(-1)^{2n}$. **D.** $u_n=n$.

Câu 17. Đặt $T_n=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+...+\sqrt{2}}}}$ (có n dấu căn). Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $T_n=\sqrt{3}$. **B.** $T_n=2\cos\frac{\pi}{2^{n+1}}$. **C.** $T_n=\cos\frac{\pi}{2^{n+1}}$. **D.** $T_n=\sqrt{5}$.

Câu 18. Cho dãy số $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=\sqrt{3u_n^2+2}\end{cases}$ và $S=u_1^2+u_2^2+...+u_{2018}^2+2018$. Khi đó S có bao nhiêu chữ số?

A. 963 **B.** 962 **C.** 607 **D.** 608

Câu 19. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi công thức $\begin{cases}u_1=2\\2018u_{n+1}=u_n^2+2017u_n\end{cases}$. Tìm giới hạn của dãy số $S_n=\frac{u_1}{u_2-1}+\frac{u_2}{u_3-1}+...+\frac{u_n}{u_{n+1}-1}$?

A. $\lim S_n=\frac{1}{2018}$ **B.** $\lim S_n=2018$ **C.** $\lim S_n=\frac{2017}{2018}$ **D.** $\lim S_n=1$

Câu 20. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1=1; a_{n+1}=-\frac{3}{2}a_n{}^2+\frac{5}{2}a_n+1, \forall n\in\mathbb{N}^*$. Số hạng thứ 201 của dãy số (a_n) có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $a_{2018}=2$. **B.** $a_{2018}=1$. **C.** $a_{2018}=0$. **D.** $a_{2018}=5$.

Câu 21. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = \cos\alpha\,(0<\alpha<\pi) \\ u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{1+u_n}{2}}, \forall n \ge 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 2017 của dãy số đã cho là:

A. $u_{2017} = \cos\left(\dfrac{\alpha}{2^{2016}}\right)$ **B.** $u_{2017} = \cos\left(\dfrac{\alpha}{2^{2017}}\right)$

C. $u_{2017} = \sin\left(\dfrac{\alpha}{2^{2016}}\right)$ **D.** $u_{2017} = \sin\left(\dfrac{\alpha}{2^{2017}}\right)$

Câu 22. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 5, a_2 = 0$ và $a_{n+2} = a_{n+1} + 6a_n, \forall n \ge 1$. Số hạng thứ 14 của dãy là số hạng nào?

A. 3164070. **B.** 9516786. **C.** 1050594. **D.** 9615090.

Câu 23. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = -3$ và $a_{n+1} = a_n + n^2 - 3n + 4, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số 1391 là số hạng thứ mấy của dãy số đã cho?

A. 18. **B.** 17. **C.** 20. **D.** 19

Câu 24. Biết rằng $\dfrac{1}{1.2.3} + \dfrac{1}{2.3.4} + ... + \dfrac{1}{n(n+1)(n+2)} = \dfrac{an^2+bn}{cn^2+dn+16}$, trong đó a,b,c,d và n là các số nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức $T = (a+c)(b+d)$.

là :

A. $T = 75$. **B.** $T = 364$. **C.** $T = 300$. **D.** $T = 256$.

Câu 25. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_n = 2017\sin\dfrac{n\pi}{2} + 2018\cos\dfrac{n\pi}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $a_{n+6} = a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **B.** $a_{n+9} = a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $a_{n+12} = a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $a_{n+15} = a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 26. Cho dãy số (a_n) có $a_n = \dfrac{n}{n^2+100}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng lớn nhất của dãy số (a_n).

A. $\dfrac{1}{20}$. **B.** $\dfrac{1}{30}$. **C.** $\dfrac{1}{25}$. **D.** $\dfrac{1}{21}$.

Câu 27. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \sqrt{n+2018} - \sqrt{n+2017}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Dãy số (u_n) là dãy tăng. **B.** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.

C. $0 < u_n < \dfrac{1}{2\sqrt{2018}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_{n+1}}{u_n} = 1$.

Câu 28. Cho dãy số (x_n) với $x_n = \dfrac{an+4}{n+2}$. Dãy số (x_n) là dãy số tăng khi:

A. $a = 2$. **B.** $a > 2$. **C.** $a < 2$. **D.** $a > 1$.

Câu 29. Trong các dãy số sau dãy số nào là dãy bị chặn ?

A. Dãy (a_n), với $a_n = \sqrt{n^2+16}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. Dãy (b_n), với $b_n = n + \frac{1}{2n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. Dãy (c_n), với $c_n = 2^n + 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. Dãy (d_n), với $d_n = \frac{n}{n^2 + 4}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 30. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an+2}{n+1}, a$ là tham số. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số (u_n) là một dãy số tăng

A. $a < 1$ **B.** $a > 1$ **C.** $a > 2$ **D.** $a < 2$

Câu 31. Cho dãy số (z_n) xác định bởi $z_n = \sin\frac{n\pi}{2} + 2\cos\frac{n\pi}{3}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong các số hạng của dãy số (z_n). Tính giá trị biểu thức $T = M^2 + m^2$.

A. $T = 13$. **B.** $T = 5$. **C.** $T = 18$. **D.** $T = 7$.

Câu 32. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = \frac{1}{2}; u_{n+1} = \frac{u_n}{2(n+1)u_n + 1}, n \ge 1. S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n < \frac{2017}{2018}$ khi n có giá trị nguyên dương lớn nhất.

A. 2017. **B.** 2015. **C.** 2016. **D.** 2014.

Câu 33. Cho hàm số $f(x) = (x^2 + 3x + 2)^{\cos(2017\pi x)}$ và dãy số (u_n) được xác định bởi công thức tổng quát $u_n = \log f(1) + \log f(2) + ... + \log f(n)$. Tìm tổng tất cả các giá trị của n thỏa mãn điều kiện $u_n^{2018} = 1$?

A. 21 **B.** 18 **C.** 3 **D.** 2018

Câu 34. Cho $f(n) = (n^2 + n + 1)^2 + 1 \ \forall n \in \mathbb{N}^*$ và đặt $u_n = \frac{f(1)f(3)...f(2n-1)}{f(2)f(4)...f(2n)}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\log_2 u_n + u_n < -\frac{10239}{1024}$?

A. $n = 23$ **B.** $n = 29$ **C.** $n = 33$ **D.** $n = 21$

Câu 35. Cho dãy số (a_n) thỏa mãn điều kiện $a_1 = 1;\ 5^{a_{n+1} - a_n} - 1 = \frac{3}{3n+2}$ với mọi $n \in \mathbb{Z}^+$. Tìm số nguyên dương $n > 1$ nhỏ nhất để $a_n \in \mathbb{Z}$?

A. $n = 39$ **B.** $n = 41$ **C.** $n = 49$ **D.** $n = 123$

Câu 36. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 5; u_{n+1}^{n+1} = u_n^n + 2^n + 2.3^n$ với mọi $n \ge 1$. Tìm số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn $u_n^n - 2^n > 5^{100}$.

A. 146 **B.** 233 **C.** 232 **D.** 147

Câu 37. Biết rằng $L = \lim \frac{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{4n}} + \sqrt{u_{4^2 n}} + ... + \sqrt{u_{4^{2018} n}}}{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{2n}} + \sqrt{u_{2^2 n}} + ... + \sqrt{u_{2^{2018} n}}} = \frac{a^{2019} + b}{c}$ trong đó (u_n) xác định bởi $u_1 = 0; u_{n+1} = u_n + 4n + 3$ và a, b, c là các số nguyên dương và $b < 2019$. Tính $S = a + b - c$?

A. -1 **B.** 0 **C.** 2017 **D.** 2018

CẤP SỐ CỘNG

Câu 38. Cho dãy số (u_n) (un) có $u_n = \frac{2n^2 - 1}{3}$. Khẳng định nào sau đây ***sai***?

A. Là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}$; $d = \frac{2}{3}$. **B.** Số hạng thứ n+1: $u_{n+1} = \frac{2(n+1)^2 - 1}{3}$.

C. Hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{2(2n+1)}{3}$. **D.** Không phải là một cấp số cộng.

Câu 39. Cho hai cấp số cộng $(x_n): 4, 7, 10, ...$ và $(y_n): 1, 6, 11, ...$. Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

A. 404. **B.** 673. **C.** 403. **D.** 672.

Câu 40. Ba số phân biệt có tổng là 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2,thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?

A. 20. **B.** 42. **C.** 21. **D.** 17.

Câu 41. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng.

A. $u_1 = 2, d = 4$. **B.** $u_1 = 2, d = 3$. **C.** $u_1 = 2, d = 2$. **D.** $u_1 = 3, d = 2$.

Câu 42. Một cấp số cộng có tổng n số hạng đầu S_n được tính theo công thức $S_n = 5n^2 + 3n, \left(n \in \mathbb{N}^*\right)$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đó

A. $u_1 = -8, d = 10$ **B.** $u_1 = -8, d = -10$ **C.** $u_1 = 8, d = 10$ **D.** $u_1 = 8, d = -10$

Câu 43. Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó.

A. $u_n = 5 + 4n$. **B.** $u_n = 3 + 2n$. **C.** $u_n = 2 + 3n$. **D.** $u_n = 4 + 5n$

Câu 44. Cho ba số dương a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{\sqrt{a^2 + 8bc} + 3}{\sqrt{(2a+c)^2 + 1}}$ có dạng $x\sqrt{y}\,(x, y \in \mathbb{N})$. Hỏi $x + y$ bằng bao nhiêu:

A. 9 **B.** 11 **C.** 13 **D.** 7

Câu 45. Chu vi của một đa giác là $158cm$, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3cm$. Biết cạnh lớn nhất là 44cm. Số cạnh của đa giác đó là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6

Câu 46. Chu vi của một đa giác n cạnh là 158, số đo các cạnh đa giác lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3$. Biết cạnh lớn nhất có độ dài là 44. Tính số cạnh của đa giác.

A. 6. **B.** 4. **C.** 9. **D.** 5

Câu 47. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Biết $\tan\frac{A}{2}\tan\frac{C}{2}=\frac{x}{y}\left(x,y\in\mathbb{N}\right)$, giá trị $x+y$ là:

A. 4 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 48. Cho các số hạng dương a, b, c là số hạng thứ m, n, p của một cấp số cộng và một cấp số nhân. Tính giá trị của biểu thức $\log_2 a^{(b-c)}.b^{(c-a)}.c^{(a-b)}$

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 4

Câu 49. Cho $a+b+c=\frac{\pi}{2}$ và cota, cotb, cotc tạo thành cấp số cộng. Gía trị cota.cotc bằng

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 50. Cho a, b, c theo thứ tự tạo thành cấp số cộng. Giá trị $x+y$ là bao nhiêu biết $P=\log_2\left(a^2+ab+2b^2+bc+c^2\right)=x\log_2\left(a^2+ac+c^2\right)+y\quad\left(x,y\in\mathbb{N}\right)$.

A. 0 **B.** 1 **C.** -1 **D.** 2

Câu 51. Cho ba (bố số chứ) số a,b,c,d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T=a-b+c-d$?

A. $T=\frac{101}{27}$. **B.** $T=\frac{100}{27}$. **C.** $T=-\frac{100}{27}$. **D.** $T=-\frac{101}{27}$.

Câu 52. Cho cấp số cộng (u_n). Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $(n-p)u_m+(p-m)u_n+(m-n)u_p=0$. **B.** $(m-n)u_m+(n-p)u_n+(p-m)u_p=0$.
C. $(m-p)u_m+(n-m)u_n+(p-n)u_p=0$. **D.** $(p-n)u_m+(m-p)u_n+(m-n)u_p=0$.

Câu 53. Cho ba số dương a,b,c thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}},\frac{1}{\sqrt{c}+\sqrt{a}},\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ lập thành một cấp số cộng. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Ba số a,b,c lập thành một cấp số cộng.

B. Ba số $\frac{1}{a},\frac{1}{b},\frac{1}{c}$ lập thành một cấp số cộng.

C. Ba số a^2,b^2,c^2 lập thành một cấp số cộng.

D. Ba số $\sqrt{a},\sqrt{b},\sqrt{c}$ lập thành một cấp số cộng

Câu 54. Biết rằng tồn tại các giá trị của $x\in[0;2\pi]$ để ba số $1+\sin x,\sin^2 x,1+\sin 3x$ lập thành một cấp số cộng, tính tổng S các giá trị đó của x.

A. $S=5\pi$. **B.** $S=3\pi$. **C.** $S=\frac{7\pi}{2}$. **D.** $S=\frac{23\pi}{6}$.

Câu 55. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2-x+m^2-1=0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng.

A. $m=\pm 16$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\pm 2$.

Câu 56. Biết rằng tồn tại đúng ba giá trị m_1, m_2, m_3 của tham số m để phương trình $x^3 - 9x^2 + 23x + m^3 - 4m^2 + m - 9 = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng, tính giá trị của biểu thức $P = m_1^3 + m_2^3 + m_3^3$.

A. $P = 34$. **B.** $P = 36$. **C.** $P = 64$. **D.** $P = -34$.

Câu 57. Biết rằng tồn tại hai giá trị của tham số m để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng: $x^4 - 10x^2 + 2m^2 + 7m = 0$, tính tổng lập phương của hai giá trị đó.

A. $-\dfrac{343}{8}$. **B.** $\dfrac{721}{8}$. **C.** $-\dfrac{721}{8}$. **D.** $\dfrac{343}{8}$.

Câu 58. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên 24850. Tính giá trị của biểu thức $S = \dfrac{1}{u_1u_2} + \dfrac{1}{u_2u_3} + ... + \dfrac{1}{u_{48}u_{49}} + \dfrac{1}{u_{49}u_{50}}$?

A. $S = 123$ **B.** $S = \dfrac{4}{23}$ **C.** $S = \dfrac{9}{246}$ **D.** $S = \dfrac{49}{246}$

Câu 59. Cho cấp số cộng (a_n); cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $a_2 > a_1 \geq 0; b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(a_2) + 2 = f(a_1)$ và $f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b)$. Số nguyên dương $n > 1$ nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện $b_n > 2018a_n$ là?

A. 16 **B.** 15 **C.** 17 **D.** 18

Câu 60. Cho cấp số cộng $(u\ )$ có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, lấy các điểm $A_1, A_2, ...$ sao cho với mỗi số nguyên dương n, điểm A_n có tọa độ $(n; u_n)$. Biết rằng khi đó tất cả các điểm $A_1, A_2, ..., A_n, ...$ cùng nằm trên một đường thẳng. Hãy viết phương trình của đường thẳng đó.

A. $y = -3x + 5$. **B.** $y = -3x + 2$. **C.** $y = 2x - 3$. **D.** $y = 2x - 5$

Câu 61. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đồ thị (C) của hàm số $y = 3x - 2$. Với mỗi số nguyên dương n, gọi A_n là giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng $d : x - n = 0$. Xét dãy số (u_n) với u_n là tung độ của điểm A_n. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai $d = -2$.
B. Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai $d = 3$.
C. Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai $d = 1$.
D. Dãy số (u_n) không phải là một cấp số cộng.

Câu 62. Trên tia Ox lấy các điểm $A_1, A_2, ..., A_n, ...$ sao cho với mỗi số nguyên dương n, $OA_n = n$. Trong cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa tia Ox, vẽ các nửa đường tròn đường kính OA_n, $n = 1, 2, ...$ Kí hiệu u_1 là diện tích nửa đường tròn đường kính OA_1 và với mỗi $n \geq 2$, kí hiệu u_n là diện tích của hình giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính OA_{n-1}, nửa đường tròn đường kính OA_n và tia Ox. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Dãy số (u_n) không phải là một cấp số cộng.
B. Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai $d = \dfrac{\pi}{4}$.

C. Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai $d = \frac{\pi}{8}$.

D. Dãy số (u_n) không phải là một cấp số cộng có công sai $d = \frac{\pi}{2}$.

Câu 63. Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá từ mét khoan đầu tiên là 100000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30000 đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người muốn kí hợp đồng với cơ sở khoan giếng này để khoan một giếng sâu 20 mét lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bằng bao nhiêu?

A. 7700000 đồng. **B.** 15400000 đồng. **C.** 8000000 đồng. **D.** 7400000 đồng.

Câu 64. Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông. Người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô vuông đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt dẻ nhiều hơn ô đầu tiên là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt dẻ nhiều hơn ô thứ hai là 5, … và cứ thế tiếp tục đến ô cuối cùng. Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta đã phải sử dụng hết 25450 hạt dẻ. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô?

A. 98 ô. **B.** 100 ô. **C.** 102 ô. **D.** 104 ô.

Câu 65. Một công ty trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kỹ sư theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ty là 13,5 triệu đồng/quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, múc lương sẽ được tăng thêm 500.000 đồng mỗi quý. Tính tổng số tiền lương một kỹ sư nhận được sau ba năm làm việc cho công ty.

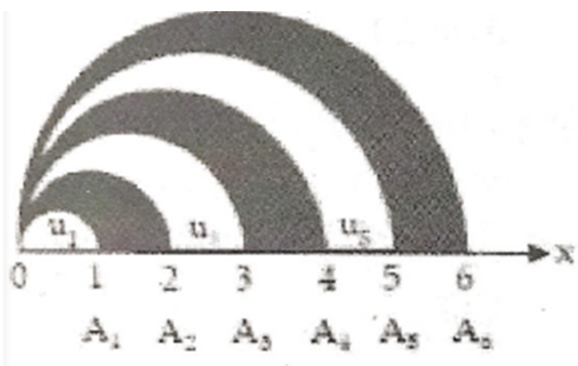
A. 198 triệu đồng. **B.** 195 triệu đồng. **C.** 228 triệu đồng. **D.** 114 triệu đồng.

Câu 66. Mặt sàn tầng của một ngôi nhà cao hơn mặt sân $0,5m$. Cầu thang đi từ tầng một lên tầng hai gồm 21 bậc, một bậc cao $18cm$. Kí hiệu h_n là độ cao của bậc thứ n so với mặt sân. Viết công thức để tìm độ cao h_n.

A. $h_n = 0,18n + 0,32\,(m)$. **B.** $h_n = 0,18n + 0,5\,(m)$.

C. $h_n = 0,5n + 0,18\,(m)$. **D.** $h_n = 0,5n - 0,32\,(m)$.

Câu 67. Trên tia Ox lấy các điểm $A_1, A_2, ..., A_n, ...$ sao cho với mỗi số nguyên dương n, $OA_n = n$. Trong cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa tia Ox, vẽ các nửa đường tròn đường kính OA_n, $n = 1, 2...$ Kí hiệu u_1 là diện tích của nửa hình tròn đường kính OA_1 và với mỗi $n \geq 2$, kí hiệu u_n là diện tích của hình giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính OA_{n-1}, nửa đường tròn đường kính OA_n và tia Ox. Chứng minh rằng dãy số (u_n) là một cấp số cộng. Hãy xác định công sai của cấp số cộng đó.



A. $d=\frac{\pi}{4}$ **B.** $d=\frac{\pi}{2}$ **C.** $d=\frac{\pi}{3}$ **D.** $d=\frac{2\pi}{3}$

CẤP SỐ NHÂN

Câu 68. Cho tam giác ABC biết 3 góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có một góc bằng $25°$. Tìm 2 góc còn lại?

A. $65°,90°$ **B.** $75°,80°$. **C.** $60°,95°$. **D.** $60°,90°$.

Câu 69. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1=5, a_{n+1}=q.a_n+3$ với mọi $n\ge 1$, trong đó q là hằng số, $a\ne 0, q\ne 1$. Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số viết được dưới dạng $a_n=\alpha.q^{n-1}+\beta\frac{1-q^{n-1}}{1-q}$. Tính $\alpha+2\beta$?

A. 13. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 16.

Câu 70. Trong dịp hội trại hè 2017 bạn A thả một quả bóng cao su từ độ cao 3m so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng hai phần ba độ cao lần rơi trước. Tổng quãng đường quả bóng đã bay (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) khoảng:

A. 13m. **B.** 14m. **C.** 15m. **D.** 16m.

Câu 71. Có hai cấp số nhân thỏa mãn $\begin{cases} u_1+u_2+u_3+u_4=15 \\ u_1^2+u_2^2+u_3^2+u_4^2=85 \end{cases}$ với công bội lần lượt là q_1, q_2. Hỏi giá trị của q_1+q_2 là:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** $\frac{7}{2}$

Câu 72. Cho tứ giác $ABCD$ biết 4 góc của tứ giác lập thành một cấp số cộng và góc A bằng 30^o. Tìm các góc còn lại?

A. $75°,120°,65°$. **B.** $72°,114°,156°$. **C.** 70^o; 110^o; 150^o. **D.** 80^o; 110^o; 135^o.

Câu 73. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính $S=\frac{1}{u_1u_2}+\frac{1}{u_2u_3}+...+\frac{1}{u_{49}u_{50}}$.

A. $S=\frac{9}{246}$. **B.** $S=\frac{4}{23}$. **C.** $S=123$. **D.** $S=\frac{49}{246}$.

Câu 74. Cho a,b,c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a^2+c^2=2ab+2bc+2ac$. **B.** $a^2-c^2=2ab+2bc-2ac$.

C. $a^2+c^2=2ab+2bc-2ac$. **D.** $a^2-c^2=2ab-2bc+2ac$.

Câu 75. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1=2 \\ u_{n+1}+4u_n=4-5n\,(n\ge 1) \end{cases}$. Tính tổng $S=u_{2018}-2u_{2017}$.

A. $S=2015-3.4^{2017}$ **B.** $S=2016-3.4^{2018}$ **C.** $S=2016+3.4^{2018}$ **D.** $S=2015+3.4^{2017}$

Câu 76. Cho số hạng thứ m và thứ n của một cấp số nhân biết số hạng thứ $(m+n)$ bằng A, số hạng thứ $(m-n)$ bằng B và các số hạng đều dương. Số hạng thứ m là:

A. $A\left(\frac{B}{A}\right)^{\frac{m}{2n}}$ **B.** $\sqrt{AB}$ **C.** $\left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{m}{n}}$ **D.** $(AB)^{\frac{2}{n}}$

Câu 77. Cho dãy số (U_n) xác định bởi: $U_1=\frac{1}{3}$ và $U_{n+1}=\frac{n+1}{3n}.U_n$. Tổng $S=U_1+\frac{U_2}{2}+\frac{U_3}{3}+..+\frac{U_{10}}{10}$ bằng:

A. $\frac{3280}{6561}$. **B.** $\frac{29524}{59049}$. **C.** $\frac{25942}{59049}$. **D.** $\frac{1}{243}$.

Câu 78. Phương trình $1+a+a^2+...+a^x=(1+a)(1+a^2)(1+a^4)$ với $0<a\neq 1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 79. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân: $x^3-(3x+1)x^2+(5m+4)x-8=0$.

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

Câu 80. Biết rằng tồn tại hai giá trị m_1 và m_2 để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân: $2x^3+2(m^2+2m-1)x^2-7(m^2+2m-2)x-54=0$. Tính giá trị của biểu thức $P=m_1^3+m_2^3$.

A. $P=-56$ **B.** $P=8$. **C.** $P=56$ **D.** $P=-8$.

Câu 81. Ba số x,y,z lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 21. Nếu lần lượt thêm các số $2;3;9$ vào ba số đó (theo thứ tự của cấp số cộng) thì được ba số lập thành một cấp số nhân. Tính $F=x^2+y^2+z^2$.

A. $F=389$. hoặc $F=395$. **B.** $F=395$. hoặc $F=179$.
C. $F=389$. hoặc $F=179$. **D.** $F=441$ hoặc $F=357$.

Câu 82. Cho cấp số nhân (a_n) có $a_1=7,\ a_6=224$ và $S_k=3577$. Tính giá trị của biểu thức $T=(k+1)a_k$.

A. $T=17920$. **B.** $T=8064$. **C.** $T=39424$. **D.** $T=86016$.

Câu 83. Cho cấp số nhân (a_n) có $a_1=2$ và biểu thức $20a_1-10a_2+a_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm số hạng thứ bảy của cấp số nhân đó.

A. $a_7=156250$. **B.** $a_7=31250$. **C.** $a_7=2000000$. **D.** $a_7=39062$.

Câu 84. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào là sai?

A. Dãy số (a_n), với $a_1=3$ và $a_{n+1}=\sqrt{a_n+6}$, $\forall n\geq 1$, vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.

B. Dãy số (b_n), với $b_1=1$ và $b_{n+1}(2b_n^2+1)=3$, $\forall n\geq 1$, vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.

C. Dãy số (c_n), với $c_1=2$ và $c_{n+1}=3c_n^2-10$ $\forall n\geq 1$, vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.

D. Dãy số (d_n), với $d_1=-3$ và $d_{n+1}=2d_n^2-15,\ \forall n\geq 1,$ vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.

Câu 85. Xét bảng ô vuông gồm 4×4 ô vuông. Người ta điền vào mỗi ô vuông đó một trong hai số 1 hoặc -1 sao cho tổng các số trong mỗi hang và tổng các số trong mỗi cột đều bằng 0. Hỏi có bao nhiêu cách?

A. 72 **B.** 90 **C.** 80 **D.** 144

Câu 86. Số đo ba kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân. Biết thể tích của khối hộp là $125\,cm^3$ và diện tích toàn phần là $175\,cm^2$. Tính tổng số đo ba kích thước của hình hộp chữ nhật đó.

A. $30cm.$ **B.** $28cm.$ **C.** $31cm.$ **D.** $17,5cm.$

Câu 87. Một của hàng kinh doanh, ban đầu bán mặt hàng A với giá 100 (đơn vị nghìn đồng). Sau đó, cửa hàng tăng giá mặt hàng A lên 10%. Nhưng sau một thời gian, cửa hàng lại tiếp tục tăng giá mặt hàng đó lên 10%. Hỏi giá của mặt hàng A của cửa hàng sau hai làn tăng giá là bao nhiêu?

A. 120. **B.** 121. **C.** 122. **D.** 200.

Câu 88. Một người đem 100 triệu đồng đi gửi tiết kiệm với kỳ han 6 tháng, mỗi tháng lãi suất là $0,7\%$ số tiền mà người đó có. Hỏi sau khi hết kỳ hạn, người đó được lĩnh về bao nhiêu tiền?

A. $10^8.(0,007)^5$ (đồng) **B.** $10^8.(1,007)^5$ (đồng)

C. $10^8.(0,007)^6$ (đồng) **D.** $10^8.(1,007)^6$ (đồng)

Câu 89. Tỷ lệ tăng dân số của tỉnh M là $1,2\%$. Biết rằng số dân của tỉnh M hiện nay là 2 triệu người. Nếu lấy kết quả chính xác đến hàng nghìn thì sau 9 năm nữa số dân của tỉnh M sẽ là bao nhiêu?

A. 10320 nghìn người. **B.** 3000 nghìn người.

C. 2227 nghìn người. **D.** 2300 nghìn người.

Câu 90. Tế bào E. Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại nhân đôi một lần. Nếu lúc đầu có 10^{12} tế bào thì sau 3 giờ sẽ phân chia thành bao nhiêu tế bào?

A. 1024.10^{12} tế bào. **B.** 256.10^{12} tế bào. **C.** 512.10^{12} tế bào. **D.** 512.10^{13} tế bào.

Câu 91. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng theo cách: Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích đế tháp. Biết diện tích đế tháp là $12288m^2$, tính diện tích mặt trên cùng.

A. $6m^2.$ **B.** $12m^2.$ **C.** $24m^2.$ **D.** $3m^2.$

Câu 92. Một tứ giác lồi có số đo các góc lập thành một cấp số nhân. Biết rằng số đo của góc nhỏ nhất bằng $\dfrac{1}{9}$ số đo của góc nhỏ thứ ba. Hãy tính số đo của các góc trong tứ giác đó.

A. $5^0,15^0,45^0,225^0.$ **B.** $9^0,27^0,81^0,243^0.$ **C.** $7^0,21^0,63^0,269^0.$ **D.** $8^0,32^0,72^0,248^0.$

Câu 93. Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác ABC. Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, $A_3B_3C_3,...$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n\geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n, kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S=S_1+S_2+...+S_n+...?$

A. $S=\dfrac{15\pi}{4}.$ **B.** $S=4\pi$. **C.** $S=\dfrac{9\pi}{2}.$ **D.** $S=5\pi$.

Câu 94. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A. Biết độ dài cạnh đáy BC, đường cao AH và cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội q. Gía trị của q^2 bằng

A. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

Câu 95. Một công ty trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kĩ sư theo phương thức như sau: mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ty là 15 triệu đồng/quý và kể từ quý làm việc thứ hai mức lương sẽ được tăng thêm 1,5 triệu đồng mỗi quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kĩ sư được nhận sau 3 năm làm việc cho công ty.

A. 495 triệu đồng. **B.** 279 triệu đồng. **C.** 384 triệu đồng. **D.** 558 triệu đồng.

Câu 96. Một hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = a,$ diện tích S_1. Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai là $A_1B_1C_1D_1$ có diện tích S_2. Tiếp tục như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3 và cứ tiếp tục như thế, ta được diện tích $S_4, S_5,...$ Tính $S = S_1 + S_2 + ... + S_{100}$.

A. $S = \frac{2^{100}-1}{2^{99}a^2}$. **B.** $S = \frac{a\left(2^{100}-1\right)}{2^{99}}$. **C.** $S = \frac{a^2\left(2^{100}-1\right)}{2^{99}}$. **D.** $S = \frac{a^2\left(2^{99}-1\right)}{2^{99}}$

C – HƯỚNG DẪN GIẢI

DÃY SỐ

Câu 1. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0,1;0,01;0,001;0,0001;...$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = \underbrace{0,00...01}_{n \text{ chữ số } 0}$. **B.** $u_n = \underbrace{0,00...01}_{n-1 \text{ chữ số } 0}$. **C.** $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$. **D.** $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có:

Số hạng thứ 1 có 1 chữ số 0

Số hạng thứ 2 có 2 chữ số 0

Số hạng thứ 3 có 3 chữ số 0

……………………………..

Suy ra u_n có n chữ số 0.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$. **B.** $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$.

C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$. **D.** $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $u_n = 5 + 1 + 2 + 3 + ... + n - 1 = 5 + \frac{n(n-1)}{2}$.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. **B.** $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.

C. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$. **D.** $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 + 1^2 \\ u_3 = u_2 + 2^2 \\ ... \\ u_n = u_{n-1} + (n-1)^2 \end{cases}$. Cộng hai vế ta được $u_n = 1 + 1^2 + 2^2 + ... + (n-1)^2 = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$. **B.** $u_n = 2 + n^2$. **C.** $u_n = 2 + (n+1)^2$. **D.** $u_n = 2 - (n-1)^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = u_1 + 1 \\ u_3 = u_2 + 3 \\ ... \\ u_n = u_{n-1} + 2n - 3 \end{cases}$. Cộng hai vế ta được $u_n = 2 + 1 + 3 + 5 + ... + (2n-3) = 2 + (n-1)^2$.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = -\frac{n-1}{n}$. **B.** $u_n = \frac{n+1}{n}$. **C.** $u_n = -\frac{n+1}{n}$. **D.** $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $u_1 = -\frac{3}{2}; u_2 = -\frac{4}{3}; u_3 = -\frac{5}{4}; ...$ Dễ dàng dự đoán được $u_n = -\frac{n+1}{n}$.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$. **B.** $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$. **C.** $u_n = \frac{1}{2} - 2n$. **D.** $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_2 = u_1 - 2 \\ u_3 = u_2 - 2 \\ ... \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{cases}$. Cộng hai vế ta được $u_n = \dfrac{1}{2} - 2 - 2 ... - 2 = \dfrac{1}{2} - 2(n-1)$.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + n$. **B.** $u_n = 1 - n$. **C.** $u_n = 1 + (-1)^{2n}$. **D.** $u_n = n$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} = u_n + 1 \Rightarrow u_2 = 2; u_3 = 3; u_4 = 4; ...$

Dễ dàng dự đoán được $u_n = n$.

Thật vậy, ta chứng minh được $u_n = n$ $(*)$ bằng phương pháp quy nạp như sau:

+ Với $n = 1 \Rightarrow u_1 = 1$. Vậy $(*)$ đúng với $n = 1$

+ Giả sử $(*)$ đúng với mọi $n = k\left(k \in \mathbb{N}^*\right)$, ta có: $u_k = k$. Ta đi chứng minh $(*)$ cũng đúng với $n = k + 1$, tức là: $u_{k+1} = k + 1$

+ Thật vậy, từ hệ thức xác định dãy số (u_n) ta có: $u_{k+1} = u_k + (-1)^{2k} = k + 1$. Vậy $(*)$ đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 8. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 - n$. **B.** u_n không xác định.

C. $u_n = 1 - n$. **D.** $u_n = -n$ với mọi n.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $u_2 = 0; u_3 = -1; u_4 = -2$,. Dễ dàng dự đoán được $u_n = 2 - n$.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

B. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.

C. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$.

D. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 + 1^2 \\ u_3 = u_2 + 2^2 \\ ... \\ u_n = u_{n-1} + (n-1)^2 \end{cases}$.

Cộng hai vế ta được $u_n = 1 + 1^2 + 2^2 + ... + (n-1)^2 = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$. **B.** $u_n = 2 + n^2$. **C.** $u_n = 2 + (n+1)^2$. **D.** $u_n = 2 - (n-1)^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = u_1 + 1 \\ u_3 = u_2 + 3 \\ ... \\ u_n = u_{n-1} + 2n - 3 \end{cases}$.

Cộng hai vế ta được $u_n = 2 + 1 + 3 + 5 + ... + (2n-3) = 2 + (n-1)^2$.

Câu 11. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = -\frac{n-1}{n}$. **B.** $u_n = \frac{n+1}{n}$. **C.** $u_n = -\frac{n+1}{n}$. **D.** $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $u_1 = -\frac{3}{2}; u_2 = -\frac{4}{3}; u_3 = -\frac{5}{4};...$ Dễ dàng dự đoán được $u_n = -\frac{n+1}{n}$.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \dfrac{1}{2} + 2(n-1)$. **B.** $u_n = \dfrac{1}{2} - 2(n-1)$. **C.** $u_n = \dfrac{1}{2} - 2n$. **D.** $u_n = \dfrac{1}{2} + 2n$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_2 = u_1 - 2 \\ u_3 = u_2 - 2 \\ ... \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{cases}$.

Cộng hai vế ta được $u_n = \dfrac{1}{2} - 2 - 2 ... - 2 = \dfrac{1}{2} - 2(n-1)$.

Câu 13. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = (-1).\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1).\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$. **C.** $u_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$. **D.** $u_n = (-1).\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_2 = \dfrac{u_1}{2} \\ u_3 = \dfrac{u_2}{2} \\ ... \\ u_n = \dfrac{u_{n-1}}{2} \end{cases}$.

Nhân hai vế ta được $u_1.u_2.u_3...u_n = (-1).\dfrac{u_1.u_2.u_3...u_{n-1}}{\underbrace{2.2.2...2}_{n-1 \text{ lan}}} \Leftrightarrow u_n = (-1).\dfrac{1}{2^{n-1}} = (-1).\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

Câu 14. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n = n^{n-1}$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = 2^{n+1}$. **D.** $u_n = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 2u_2 \\ ... \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$.

Nhân hai vế ta được $u_1.u_2.u_3...u_n = 2.2^{n-1}.u_1.u_2...u_{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^n$.

Câu 15. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n = -2^{n-1}$. **B.** $u_n = \dfrac{-1}{2^{n-1}}$. **C.** $u_n = \dfrac{-1}{2^n}$. **D.** $u_n = 2^{n-2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 2u_2 \\ ... \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$.

Nhân hai vế ta được $u_1.u_2.u_3...u_n = \dfrac{1}{2}.2^{n-1}.u_1.u_2...u_{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^{n-2}$.

Câu 16. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + n$. **B.** $u_n = 1 - n$. **C.** $u_n = 1 + (-1)^{2n}$. **D.** $u_n = n$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} = u_n + 1 \Rightarrow u_2 = 2; u_3 = 3; u_4 = 4;...$ Dễ dàng dự đoán được $u_n = n$

Thật vậy, ta chứng minh được $u_n = n$ $(*)$ bằng phương pháp quy nạp như sau:

+ Với $n = 1 \Rightarrow u_1 = 1$. Vậy $(*)$ đúng với $n = 1$

+ Giả sử $(*)$ đúng với mọi $n=k\left(k\in\mathbb{N}^*\right)$, ta có: $u_k=k$. Ta đi chứng minh $(*)$ cũng đúng với $n=k+1$, tức là: $u_{k+1}=k+1$

+ Thật vậy, từ hệ thức xác định dãy số (u_n) ta có: $u_{k+1}=u_k+(-1)^{2k}=k+1$. Vậy $(*)$ đúng với mọi $n\in\mathbb{N}^*$.

Câu 17. Đặt $T_n=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+...+\sqrt{2}}}}$ (có n dấu căn). Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $T_n=\sqrt{3}$. **B.** $T_n=2\cos\frac{\pi}{2^{n+1}}$. **C.** $T_n=\cos\frac{\pi}{2^{n+1}}$. **D.** $T_n=\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta chứng minh $T_n=2\cos\frac{\pi}{2^{n+1}}$ bằng phương pháp quy nạp toán học. Thật vậy:

Bước 1: Với $n=1$ thì vế trái bằng $\sqrt{2}$, còn vế phải bằng $2\cos\frac{\pi}{2^{1+1}}=2\cos\frac{\pi}{4}=\sqrt{2}$.

Vậy đẳng thức đúng với $n=1$.

Bước 2: Giả sử đẳng thức đúng với $n=k\geq 1$, nghĩa là $T_k=2\cos\frac{\pi}{2^{k+1}}$.

Ta phải chứng minh đẳng thức cũng đúng với $n=k+1$, tức là chứng minh $T_{k+1}=2\cos\frac{\pi}{2^{k+2}}$.

Thật vậy, vì $T_{k+1}=\sqrt{2+T_k}$ nên theo giả thiết quy nạp ta có $T_{k+1}=\sqrt{2+T_k}=\sqrt{2+2\cos\frac{\pi}{2^{k+1}}}$.

Mặt khác, $1+\cos\frac{\pi}{2^{k+1}}=1+\cos\left(2.\frac{\pi}{2^{k+2}}\right)=2\cos^2\frac{\pi}{2^{k+2}}$ nên $T_{k+1}=\sqrt{2.2\cos^2\frac{\pi}{2^{k+2}}}=2\cos\frac{\pi}{2^{k+2}}$.

Câu 18. Cho dãy số $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=\sqrt{3u_n^2+2}\end{cases}$ và $S=u_1^2+u_2^2+...+u_{2018}^2+2018$. Khi đó S có bao nhiêu chữ số?

A. 963 **B.** 962 **C.** 607 **D.** 608

Hướng dẫn giải

Ta có $u_{n+1}^2=3.u_n^2+2\Rightarrow u_n^2=a.3^n+b$.

Vì $u_2=\sqrt{5}\Rightarrow$ ta có hệ phương trình $\begin{cases}5=9a+b\\1=3a+b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{2}{3}\\b=-1\end{cases}$. Vậy

$u_n^2=\frac{2}{3}.3^n-1=2.3^{n-1}-1$

Khi đó $S=2\left(1+3^1+3^2+...+3^{2017}\right)=3^{2018}-1$. Số chữ số của $S=[2018\log 3]+1=963$.

Chọn A.

Câu 19. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi công thức $\begin{cases} u_1 = 2 \\ 2018u_{n+1} = u_n^2 + 2017u_n \end{cases}$. Tìm giới hạn của dãy số $S_n = \frac{u_1}{u_2 - 1} + \frac{u_2}{u_3 - 1} + ... + \frac{u_n}{u_{n+1} - 1}$?

A. $\lim S_n = \frac{1}{2018}$ **B.** $\lim S_n = 2018$ **C.** $\lim S_n = \frac{2017}{2018}$ **D.** $\lim S_n = 1$

Hướng dẫn giải

Ta có: $2018(u_{n+1} - u_n) = u_n(u_n - 1) \Rightarrow \frac{u_n}{2018} = \frac{u_{n+1} - u_n}{u_n - 1} \Rightarrow \frac{u_n}{2018(u_{n+1} - 1)} = \frac{u_{n+1} - u_n}{(u_n - 1)(u_{n+1} - 1)}$

$\Rightarrow \frac{u_n}{2018(u_{n+1} - 1)} = \frac{u_{n+1} - u_n}{(u_n - 1)(u_{n+1} - 1)} \Rightarrow \frac{u_n}{u_{n+1} - 1} = 2018\left(\frac{1}{u_n - 1} - \frac{1}{u_{n+1} - 1}\right)$.

Như vậy:

$\boxed{S_n = 2018\left(\frac{1}{u_1 - 1} - \frac{1}{u_{n+1} - 1}\right)} \Rightarrow \lim S_n = 2018\left(\frac{1}{2 - 1} - \frac{1}{\lim u_n - 1}\right) \Rightarrow \boxed{\lim S_n = 2018}$.

Câu 20. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 1; a_{n+1} = -\frac{3}{2}a_n^{\ 2} + \frac{5}{2}a_n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng thứ 201 của dãy số (a_n) có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $a_{2018} = 2$. **B.** $a_{2018} = 1$. **C.** $a_{2018} = 0$. **D.** $a_{2018} = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Nhận thấy dãy số trên là dãy số cho bởi công thức truy hồi.

Ta có $a_1 = 1; a_2 = 2; a_3 = 0; a_4 = 1; a_2 = 2; a_6 = 0; +1$.

Từ đây chúng ta có thể dự đoán $a_{n+3} = a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Chúng ta khẳng định dự đoán đó bằng phương pháp quy nạp toán học. Thật vậy:

Với $n = 1$ thì $a_1 = 1$ và $a_4 = 1$. Vậy đẳng thức đúng với $n = 1$.

Giả sử đẳng thức đúng với $n = k \geq 1$, nghĩa là $a_{k+3} = a_k$.

Ta phải chứng minh đẳng thức đúng với $n = k + 1$, nghĩa là chứng minh $a_{k+4} = a_{k+1}$.

Thật vậy, ta có $a_{k+4} = -\frac{3}{2}a_{k+3}^2 + \frac{5}{2}a_{k+3} + 1$ (theo hệ thức truy hồi).

Theo giả thiết quy nạp thì $a_{k+3} = a_k$ nên $a_{k+4} = -\frac{3}{2}a_k^2 + \frac{5}{2}a_k + 1 = a_{k+1}$.

Vậy đẳng thức đúng với $n = k + 1$. Suy ra $a_{n+3} = a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Từ kết quả phần trên, ta có: nếu $m \equiv p(\text{mod}3)$ thì $a_m = a_p$.

Ta có $2018 \equiv 2(\text{mod}\,3)$ nên $a_{2018} = 2$.

Câu 21. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = \cos\alpha\,(0 < \alpha < \pi) \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{1 + u_n}{2}}, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 2017 của dãy số đã cho là:

A. $u_{2017}=\cos\left(\frac{\alpha}{2^{2016}}\right)$ **B.** $u_{2017}=\cos\left(\frac{\alpha}{2^{2017}}\right)$ **C.** $u_{2017}=\sin\left(\frac{\alpha}{2^{2016}}\right)$ **D.** $u_{2017}=\sin\left(\frac{\alpha}{2^{2017}}\right)$

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Ta có $u_2=\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}=\sqrt{\cos^2\frac{\alpha}{2}}\Rightarrow u_3=\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\alpha}{2}}{1}}=\cos\frac{\alpha}{2^2}\Rightarrow u_4=\cos\frac{\alpha}{2^3}$

Suy ra $u_{2017}=\cos\left(\frac{\alpha}{2^{2016}}\right)$

Câu 22. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1=5,a_2=0$ và $a_{n+2}=a_{n+1}+6a_n,\forall n\ge 1$. Số hạng thứ 14 của dãy là số hạng nào?

A. 3164070. **B.** 9516786. **C.** 1050594. **D.** 9615090.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

+ Ta có $a_{n+2}=a_{n+1}+6a_n,\forall n\ge 1\Leftrightarrow a_{n+2}+2a_{n+1}=3(a_{n+1}+2a_n),\forall n\ge 1$.

Do đó ta có $b_1=a_2+2a_1=10$ và $b_{n+1}=3b_n,\forall n\ge 1$.

Từ hệ thức truy hồi của dãy số (b_n), ta có $b_2=3b_1;b_3=3b_2=3^2b_1;b_4=3b_3=3^3b_1$.

Bằng phương pháp quy nạp toán học, chúng ta chứng minh được rằng:

$b_n=3^{n-1}b_1=10.3^{n-1},\forall n\ge 1$.

+ Ta có $a_{n+2}=a_{n+1}+6a_n,\forall n\ge 1\Leftrightarrow a_{n+2}-3a_{n+1}=-2(a_{n+1}-3a_n),\forall n\ge 1$.

Do đó ta có: $c_1=a_2-3a_1=-15$ và $c_{n+1}=-2c_n,\forall n\ge 1$.

Từ hệ thức truy hồi của dãy số (c_n), ta có $c_2=-2c_1;c_3=(-2)^2c_1;c_4=(-2)^3c_1$.

Bằng phương pháp quy nạp toán học, chúng ta chứng minh được rằng:

$c_n=(-2)^{n-1}c_1=-15.(-2)^{n-1},\forall n\ge 1$.

+ Từ các kết quả trên, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}a_{n+1}+2a_n=10.3^{n-1}\\ a_{n+1}-3a_n=15.(-2)^{n-1}\end{cases}\Rightarrow a_n=2.3^{n-1}+3.(-2)^{n-1}.$$

Do đó số hạng tổng quát của dãy số (a_n) là $a_n=2.3^{n-1}+3.(-2)^{n-1},\forall n\ge 1$.

Vậy suy ra $a_{14}=3164070$.

Câu 23. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1=-3$ và $a_{n+1}=a_n+n^2-3n+4,\forall n\in\mathbb{N}^*$. Số 1391 là số hạng thứ mấy của dãy số đã cho?

A. 18. **B.** 17. **C.** 20. **D.** 19

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Từ hệ thức truy hồi của dãy số (a_n) ta có:

$$a_n = a_1 + \left[1^2 + 2^2 + ... + (n-1)^2\right] - 3\left[1 + 2 + ... + (n-1)\right] + 4(n-1) \Leftrightarrow a_n = \frac{n^3 - 6n^2 + 17n - 21}{3}.$$

Suy ra số hạng tổng quát của dãy số (a_n) là $a_n = \frac{n^3 - 6n^2 + 17n - 21}{3}$.

Giải phương trình $a_n = 1391$ ta được $n = 18$

Câu 24. Biết rằng $\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + ... + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{an^2 + bn}{cn^2 + dn + 16}$, trong đó a, b, c, d và n là các số nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức $T = (a+c)(b+d)$.

là :

A. $T = 75$. **B.** $T = 364$. **C.** $T = 300$. **D.** $T = 256$.

Hướng dẫn giải

Chọn C .

Phân tích phần tử đại diện, ta có: $\frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{k(k+1)} - \frac{1}{(k+1)(k+2)}\right]$.

Suy ra: $\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + ... + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - .\frac{1}{3.4} + ... + \frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}\right] = \frac{n^2 + 3n}{4n^2 + 12n + 8} = \frac{2n^2 + 6n}{8n^2 + 24n + 16}.$$

Đối chiếu với hệ số, ta được: $a = 2; b = 6; c = 8; d = 24$.

Suy ra: $T = (a+c)(b+d) = 300$.

Câu 25. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_n = 2017\sin\frac{n\pi}{2} + 2018\cos\frac{n\pi}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $a_{n+6} = a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **B.** $a_{n+9} = a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $a_{n+12} = a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $a_{n+15} = a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Kiểm tra từng phương án đến khi tìm được đáp án đúng.

+ Ta có $a_{n+6} = 2017\sin\frac{(n+6)\pi}{2} + 2018\cos\frac{(n+6)\pi}{3} = -2017\sin\frac{n\pi}{2} + 2018\cos\frac{n\pi}{3} \neq a_n$

+ Ta có $a_{n+6} = 2017\sin\frac{(n+9)\pi}{2} + 2018\cos\frac{(n+9)\pi}{3} = 2017\sin\frac{n\pi}{2} - 2018\cos\frac{n\pi}{3} \neq a_n$.

+ Ta có $a_{n+12} = 2017\sin\frac{(n+12)\pi}{2} + 2018\cos\frac{(n+12)\pi}{3} = 2017\sin\frac{n\pi}{2} + 2018\cos\frac{n\pi}{3} = a_n$.

+ Ta có $a_{n+15} = 2017\sin\frac{(n+15)\pi}{2} + 2018\cos\frac{(n+15)\pi}{3} = -2017\sin\frac{n\pi}{2} - 2018\cos\frac{n\pi}{3} \neq a_n$.

Câu 26. Cho dãy số (a_n) có $a_n = \frac{n}{n^2 + 100}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng lớn nhất của dãy số (a_n).

A. $\frac{1}{20}$. **B.** $\frac{1}{30}$. **C.** $\frac{1}{25}$. **D.** $\frac{1}{21}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $a_n=\frac{n}{n^2+100}\le\frac{n}{2\sqrt{n^2.100}}=\frac{1}{20}$. Dấu bằng xảy ra khi $n^2=100\Leftrightarrow n=10$.

Vậy số hạng lớn nhất của dãy là số hạng bằng $\frac{1}{20}$.

Câu 27. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n=\sqrt{n+2018}-\sqrt{n+2017},\forall n\in\mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Dãy số (u_n) là dãy tăng. **B.** $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$.

C. $0<u_n<\frac{1}{2\sqrt{2018}},\forall n\in\mathbb{N}^*$. **D.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 28. Cho dãy số (x_n) với $x_n=\frac{an+4}{n+2}$. Dãy số (x_n) là dãy số tăng khi:

A. $a=2$. **B.** $a>2$. **C.** $a<2$. **D.** $a>1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $x_{n+1}=\frac{a(n+1)+4}{n+3}$. Xét hiệu $x_{n+1}-x_n=\frac{a(n+1)+4}{n+3}-\frac{an+4}{n+2}=\frac{2a-4}{(n+2)(n+3)}$.

(x_n) là dãy tăng khi và chỉ khi $x_{n+1}-x_n>0,\forall n\ge1\Leftrightarrow 2a-4>0\Leftrightarrow a>2$.

Câu 29. Trong các dãy số sau dãy số nào là dãy bị chặn ?

A. Dãy (a_n), với $a_n=\sqrt{n^2+16},\forall n\in\mathbb{N}*$.

B. Dãy (b_n), với $b_n=n+\frac{1}{2n},\forall n\in\mathbb{N}*$.

C. Dãy (c_n), với $c_n=2^n+3,\forall n\in\mathbb{N}*$.

D. Dãy (d_n), với $d_n=\frac{n}{n^2+4},\forall n\in\mathbb{N}*$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

- Dãy số (a_n) là dãy số tăng và chỉ bị chặn dưới vì $a_n=\sqrt{n^2+16}\ge\sqrt{17},\forall n\ge1$.
- Dãy số (b_n) là dãy số tăng và chỉ bị chặn dưới vì $b_n=n+\frac{1}{2n}>2\sqrt{n.\frac{1}{2n}}=\sqrt{2},\forall n\ge1$.
- Dãy số (c_n) là dãy số tăng và chỉ bị chặn dưới vì $c_n=2^n+3\ge5,\forall n\ge1$.
- Dãy số (d_n) là dãy số bị chặn vì $0<d_n\le\frac{1}{4},\forall n\ge1$. $\left(do\,0<\frac{n}{n^2+4}\le\frac{n}{4n}=\frac{1}{4}\right)$.

Câu 30. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{an+2}{n+1}, a$ là tham số. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số (u_n) là một dãy số tăng

A. $a < 1$ **B.** $a > 1$ **C.** $a > 2$ **D.** $a < 2$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 31. Cho dãy số (z_n) xác định bởi $z_n = \sin\dfrac{n\pi}{2} + 2\cos\dfrac{n\pi}{3}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong các số hạng của dãy số (z_n). Tính giá trị biểu thức $T = M^2 + m^2$.

A. $T = 13$. **B.** $T = 5$. **C.** $T = 18$. **D.** $T = 7$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Dựa vào chu kì của hàm số $y = \sin x; y = \cos x$, ta có $z_{n+12} = z_n, \forall n \geq 1$.

Do đó tập hợp các phần tử của dãy số là $S = \{z_1; z_2; ...; z_{12}\} = \{-3; -2; -1; 0; 2\}$.

Suy ra $M = 2; m = -3$. Do đó $T = 13$.

Câu 32. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = \dfrac{1}{2}; u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2(n+1)u_n + 1}, n \geq 1. S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n < \dfrac{2017}{2018}$ khi n có giá trị nguyên dương lớn nhất.

A. 2017. **B.** 2015. **C.** 2016. **D.** 2014.

Hướng dẫn giải

Chọn C .

Dễ chỉ ra được $u_n > 0, \forall n \geq 1$. Từ hệ thức truy hồi của dãy số, ta có

$$\frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1}{u_n} + 2n + 2, \forall n \geq 1.$$

Suy ra

$$\frac{1}{u_n} = \frac{1}{u_1} + 2(1+2+..+n-1) + 2(n-1) \Leftrightarrow \frac{1}{u_n} = 2 + n(n-1) + 2(n-1) = n^2 + n \Rightarrow u_n = \frac{1}{n(n+1)}.$$

Do đó $u_n = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}, \forall n \geq 1$.

Vậy $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n = 1 - \dfrac{1}{n+1} = \dfrac{n}{n+1}$. Vì $S_n < \dfrac{2017}{2018}$ nên $\dfrac{n}{n+1} < \dfrac{2017}{2018} \Rightarrow n < 2017$.

Suy ra số nguyên dương lớn nhất để $S_n < \dfrac{2017}{2018}$ là $n = 2016$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x) = (x^2 + 3x + 2)^{\cos(2017\pi x)}$ và dãy số (u_n) được xác định bởi công thức tổng quát $u_n = \log f(1) + \log f(2) + ... + \log f(n)$. Tìm tổng tất cả các giá trị của n thỏa mãn điều kiện $u_n^{2018} = 1$?

A. 21 **B.** 18 **C.** 3 **D.** 2018

Hướng dẫn giải

Ta có: $u_n = \sum_{k=1}^{n} \log f(k) = \sum_{k=1}^{n} \cos(2017\pi k)[\log(k+1) + \log(k+2)] = (k \text{ chẵn}) - (k \text{ lẻ})$.

Trường hợp 1: $n=2p$ (Chẵn), khi đó ta có khai triển sau:

$$u_n=\left(\log 3+\log 4+...+\log\left(2p+1\right)+\log\left(2p+2\right)\right)-\left(\log 2+\log 3+...+\log\left(2p\right)+\log\left(2p+1\right)\right)$$

.

Như vậy $\boxed{u_n=\log\left(p+1\right)}$ cho nên $u_n^{2018}=1\Leftrightarrow p=9\Leftrightarrow \boxed{n=18}$.

Trường hợp 1: $n=2p+1$ (Lẻ), khi đó ta có khai triển sau:

$$u_n=\left(\log 3+\log 4+...+\log\left(2p+1\right)+\log\left(2p+2\right)\right)-\left(\log 2+\log 3+...+\log\left(2p+2\right)+\log\left(2p+3\right)\right)$$

.

Như vậy $\boxed{u_n=-\log\left(4p+6\right)}$ cho nên $u_n^{2018}=1\Leftrightarrow p=1\Leftrightarrow \boxed{n=3}$.

Kết luận: Tổng các giá trị của n thỏa mãn điều kiện $u_n^{2018}=1$ là 21.

Chọn A.

Câu 34. Cho $f\left(n\right)=\left(n^2+n+1\right)^2+1\ \forall n\in\mathbb{N}^*$ và đặt $u_n=\dfrac{f\left(1\right)f\left(3\right)...f\left(2n-1\right)}{f\left(2\right)f\left(4\right)...f\left(2n\right)}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\log_2 u_n+u_n<-\dfrac{10239}{1024}$?

A. $n=23$ **B.** $n=29$ **C.** $n=33$ **D.** $n=21$

Hướng dẫn giải

Ta có: $f\left(n\right)=\left(n^2+n+1\right)^2+1=\left(n^2+1\right)\left(\left(n+1\right)^2+1\right)\ \forall n\in\mathbb{N}^*$.

Đến đây ta dễ dàng có:

$$u_n=\frac{\left(1^2+1\right)\left(2^2+1\right)\left(3^2+1\right)\left(4^2+1\right)...\left(\left(2n-1\right)^2+1\right)\left(\left(2n\right)^2+1\right)}{\left(2^2+1\right)\left(3^2+1\right)\left(4^2+1\right)\left(5^2+1\right)...\left(\left(2n\right)^2+1\right)\left(\left(2n+1\right)^2+1\right)}=\frac{1}{2n^2+2n+1}.$$

Ta có: $\log_2 u_n+u_n<-\dfrac{10239}{1024}=\log_2\dfrac{1}{1024}+\dfrac{1}{1024}\Rightarrow u_n<\dfrac{1}{1024}\Rightarrow \boxed{n\geq 23}$.

Chọn A.

Câu 35. Cho dãy số $\left(a_n\right)$ thỏa mãn điều kiện $a_1=1;\ 5^{a_{n+1}-a_n}-1=\dfrac{3}{3n+2}$ với mọi $n\in\mathbb{Z}^+$. Tìm số nguyên dương $n>1$ nhỏ nhất để $a_n\in\mathbb{Z}$?

A. $n=39$ **B.** $n=41$ **C.** $n=49$ **D.** $n=123$

Hướng dẫn giải

Ta có: $5^{a_n-a_{n-1}}=1+\dfrac{3}{3n-1}$; $5^{a_{n-1}-a_{n-2}}=1+\dfrac{3}{3n-4}$; $...5^{a_2-a_1}=1+\dfrac{3}{5}$.

Nhân vế với vế ta được:

$$5^{a_n-a_1}=\left(1+\frac{3}{3n-1}\right)\left(1+\frac{3}{3n-4}\right)....\left(1+\frac{3}{5}\right)=\frac{8.11.14...\left(3n-1\right)\left(3n+2\right)}{5.8.11....\left(3n-4\right)\left(3n-1\right)}=\frac{3n+2}{5}.$$

Khi đó ta có công thức tổng quát $\boxed{a_n=\log_5\left(3n+2\right)}$.

Chọn B.

Chú ý: Tới đoạn này sử dụng lệnh CALC là nhanh nhất. Nhưng nếu bài toán không cho trước đáp số có thể sử dụng Bảng TABLE để truy tìm giá trị nguyên dương $n>1$ nhỏ nhất để $a_n\in\mathbb{Z}$.

Câu 36. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 5; u_{n+1}^{n+1} = u_n^n + 2^n + 2.3^n$ với mọi $n \ge 1$. Tìm số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn $u_n^n - 2^n > 5^{100}$.

A. 146 **B.** 233 **C.** 232 **D.** 147

Hướng dẫn giải

Ta có: $\begin{cases} u_n^n - u_{n-1}^{n-1} = 2^{n-1} + 2.3^{n-1} \\ u_{n-1}^{n-1} - u_{n-2}^{n-2} = 2^{n-2} + 2.3^{n-2} \\ \ldots \\ u_2^2 - u_1^1 = 2 + 2.3 \end{cases} \Rightarrow u_n^n = 2 + \left(1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{n-1}\right) + 2\left(1 + 3 + 3^2 + \ldots + 3^{n-1}\right)$.

Do vậy: $\boxed{u_n^n = 2^n + 3^n}$ nên $u_n^n - 2^n > 5^{100} \Leftrightarrow 3^n > 5^{100} \Rightarrow n > 100\log_3 5 \Rightarrow \boxed{n \ge 147}$.

Chọn D.

Câu 37. Biết rằng $L = \lim \dfrac{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{4n}} + \sqrt{u_{4^2 n}} + \ldots + \sqrt{u_{4^{2018} n}}}{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{2n}} + \sqrt{u_{2^2 n}} + \ldots + \sqrt{u_{2^{2018} n}}} = \dfrac{a^{2019} + b}{c}$ trong đó (u_n) xác định bởi $u_1 = 0; u_{n+1} = u_n + 4n + 3$ và a, b, c là các số nguyên dương và $b < 2019$. Tính $S = a + b - c$?

A. -1 **B.** 0 **C.** 2017 **D.** 2018

Hướng dẫn giải

$u_n - u_{n-1} = 4n - 1 \Rightarrow u_n = 2n^2 + n - 3$.

Xét $S_1 = \left\{n, 4n, 4^2 n, \ldots 4^{2018} n\right\}$ và $S_2 = \left\{n, 2n, 2^2 n, \ldots 2^{2018} n\right\}$.

Ta có: $\sqrt{u_k} = \sqrt{2k^2 + k - 3} - \sqrt{2}.k + \sqrt{2}.k = \dfrac{k-3}{\sqrt{2k^2 + k - 3} + \sqrt{2}.k} + \sqrt{2}.k$.

Vậy $L = \lim \dfrac{\sum\limits_{k \in S_1} \dfrac{k-3}{\sqrt{2k^2 + k - 3} + \sqrt{2}.k} + \sqrt{2}n.\left(\dfrac{4^{2019} - 1}{3}\right)}{\sum\limits_{k \in S_2} \dfrac{k-3}{\sqrt{2k^2 + k - 3} + \sqrt{2}.k} + \sqrt{2}n.\left(2^{2019} - 1\right)} = \dfrac{2^{2019} + 1}{3}$.

Chọn B.

CẤP SỐ CỘNG

Câu 38. Cho dãy số (u_n) (un) có $u_n = \frac{2n^2-1}{3}$. Khẳng định nào sau đây ***sai***?

A. Là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}; d = \frac{2}{3}$.
B. Số hạng thứ n+1: $u_{n+1} = \frac{2(n+1)^2-1}{3}$.
C. Hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{2(2n+1)}{3}$.
D. Không phải là một cấp số cộng.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{2(n+1)^2-1}{3} - \frac{2n^2-1}{3} = \frac{2(2n+1)}{3}$. Vậy dãy số trên không phải cấp số cộng.

Câu 39. Cho hai cấp số cộng $(x_n): 4, 7, 10, ...$ và $(y_n): 1, 6, 11, ...$. Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

A. 404. **B.** 673. **C.** 403. **D.** 672.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cấp số cộng $(x_n): 4, 7, 10, ...$ có $x_1 = 4$, công sai $d = 3$.

Số hạng tổng quát $x_n = 4 + (n-1).3 = 3n + 1$

Cấp số cộng $(y_n): 1, 6, 11, 16, 21...$ có $y_1 = 1$, công sai $d' = 5$.

Số hạng tổng quát $y_{n'} = 1 + (n'-1).5 = 5n' - 4$

Xét phương trình $x_n = y_{n'} \Leftrightarrow 3n + 1 = 5n' - 4 \Leftrightarrow n' = \frac{3n}{5} + 1,\ 0 < n, n' \le 2018$. Do n' là số nguyên dương nên n chia hết cho 5 và $0 < n \le 2018$. Suy ra số các giá trị n cần tìm là $\left[\frac{2018}{5}\right] = 403$.

Vậy có 403 số hạng chung.

Câu 40. Ba số phân biệt có tổng là 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2,thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?

A. 20. **B.** 42. **C.** 21. **D.** 17.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 41. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng.

A. $u_1 = 2, d = 4$. **B.** $u_1 = 2, d = 3$. **C.** $u_1 = 2, d = 2$. **D.** $u_1 = 3, d = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giả sử $u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_5 = u_1 + 4d = 18\,(1)$.

Ta có: $S_n = \dfrac{n\left[2u_1 + (n-1)d\right]}{2}; S_{2n} = \dfrac{2n\left[2u_1 + (2n-1)d\right]}{2}$

Do $\begin{aligned} & S_{2n} = 4S_n \Rightarrow 2n\left[2u_1 + (2n-1)d\right] \\ & = 4n\left[2u_1 + (n-1)d\right] \Leftrightarrow 2u_1 + (2n-1)d = 4u_1 + (2n-2)d \end{aligned}$

$\Leftrightarrow 2u_1 = d\ (2)$. Từ (1) và (2) suy ra $u_1 = 2, d = 4$.

Câu 42. Một cấp số cộng có tổng n số hạng đầu S_n được tính theo công thức $S_n = 5n^2 + 3n, \left(n \in \mathbb{N}^*\right)$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đó

A. $u_1 = -8, d = 10$ **B.** $u_1 = -8, d = -10$ **C.** $u_1 = 8, d = 10$ **D.** $u_1 = 8, d = -10$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tổng n số hạng đầu $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n = 5n^2 + 3n; \left(n \in \mathbb{N}^*\right)$

Tổng số hạng đầu tiên là $S_1 = u_1 = 5.1^2 + 3.1 = 8$

Tổng 2 số hạng đầu là

$S_2 = u_1 + u_2 = 5.2^2 + 3.2 = 26 = 8 + u_2 \Rightarrow u_2 = 18 = 8 + 10 = u_1 + d \Rightarrow d = 10$

Câu 43. Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó.

A. $u_n = 5 + 4n$. **B.** $u_n = 3 + 2n$. **C.** $u_n = 2 + 3n$. **D.** $u_n = 4 + 5n$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} S_7 = 77 \\ S_{12} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + \dfrac{7.6.d}{2} = 77 \\ 12u_1 + \dfrac{12.11.d}{2} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + 21d = 77 \\ 12u_1 + 66d = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases}$

Khi đó $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 2(n-1) = 3 + 2n$

Câu 44. Cho ba số dương a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{\sqrt{a^2 + 8bc} + 3}{\sqrt{(2a+c)^2 + 1}}$ có dạng $x\sqrt{y}\,(x, y \in \mathbb{N})$. Hỏi $x + y$ bằng bao nhiêu:

A. 9 **B.** 11 **C.** 13 **D.** 7

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có:

$a+c=2b\Leftrightarrow a=2b-c\Leftrightarrow a^2=(2b-c)^2\Leftrightarrow a^2+8bc=4b^2+4bc+c^2\Leftrightarrow a^2+8bc=(2b+c)^2$

Do đó $P=\dfrac{2b+c+3}{\sqrt{(2b+c)^2+1}}=\dfrac{t+3}{\sqrt{t^2+1}}\le\sqrt{10}$ với $t=2b+c$, dấu bằng xảy ra khi $2b+c=\dfrac{1}{3}$.

Vậy $x+y=11$.

Câu 45. Chu vi của một đa giác là $158cm$, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d=3cm$. Biết cạnh lớn nhất là 44cm. Số cạnh của đa giác đó là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 46. Chu vi của một đa giác n cạnh là 158, số đo các cạnh đa giác lập thành một cấp số cộng với công sai $d=3$. Biết cạnh lớn nhất có độ dài là 44. Tính số cạnh của đa giác.

A. 6. **B.** 4. **C.** 9. **D.** 5

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 47. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Biết $\tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{C}{2}=\dfrac{x}{y}\left(x,y\in\mathbb{N}\right)$, giá trị $x+y$ là:

A. 4 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Đáp án D

Ta có:

$a+c=2b\Leftrightarrow\sin A+\sin C=2\sin B$

$\Leftrightarrow 2\sin\dfrac{A+C}{2}\cos\dfrac{A-C}{2}=4\sin\dfrac{B}{2}.\cos\dfrac{B}{2}=4\sin\dfrac{A+C}{2}.\cos\dfrac{A+C}{2}$

$\Leftrightarrow\cos\dfrac{A-C}{2}=2\cos\dfrac{A+C}{2}\Leftrightarrow\cos\dfrac{A}{2}\cos\dfrac{C}{2}+\sin\dfrac{A}{2}\sin\dfrac{C}{2}=2\cos\dfrac{A}{2}\cos\dfrac{C}{2}-2\sin\dfrac{A}{2}\sin\dfrac{C}{2}$

$\Leftrightarrow 3\sin\dfrac{A}{2}\sin\dfrac{C}{2}=\cos\dfrac{A}{2}\cos\dfrac{C}{2}\Leftrightarrow 3\tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{C}{2}=1\Leftrightarrow\tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{C}{2}=\dfrac{1}{3}$

Câu 48. Cho các số hạng dương a, b, c là số hạng thứ m, n, p của một cấp số cộng và một cấp số nhân. Tính giá trị của biểu thức $\log_2 a^{(b-c)}.b^{(c-a)}.c^{(a-b)}$

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 4

Hướng dẫn giải

Đáp án C

Ta có a, b, c là số hạng thứu m, n, p của một cấp số cộng và một cấp số nhân nên:

$$\begin{cases} a = u_1 + (m-1)d = a_1 q^{m-1} \\ b = u_1 + (n-1)d = a_1 q^{n-1} \\ c = u_1 + (p-1)d = a_1 q^{p-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b = (m-n)d \\ b-c = (n-p)d \\ c-a = (p-m)d \end{cases}$$

Do đó $P = \log_2 a^{(b-c)}.b^{(c-a)}.c^{(a-b)} = \log_2 \left(a_1 q^{m-1}\right)^{(n-p)d} \left(a_1 q^{p-1}\right)^{(m-n)d} = \log_2 a_1^0 q^0 = 0$

Câu 49. Cho $a+b+c=\dfrac{\pi}{2}$ và cota, cotb, cotc tạo thành cấp số cộng. Gía trị cota.cotc bằng

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải

Đáp án C

Ta có

$a+b+c=\dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow a+b=\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \cot(a+b)=\cot\left(\dfrac{\pi}{2}-c\right)=\tan c \Rightarrow \dfrac{\cot a.\cot b-1}{\cot a+\cot b}=\dfrac{1}{\cot c}$

$a+b+c=\dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow a+b=\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \cot(a+b)=\cot\left(\dfrac{\pi}{2}-c\right)=\tan c \Rightarrow \dfrac{\cot a.\cot b-1}{\cot a+\cot b}=\dfrac{1}{\cot c}$

$\Leftrightarrow \cot a.\cot b.\cot c = \cot a + \cot b + \cot c$

Mà $\cot a + \cot c = 2\cot b$

Do đó ta được $\cot a.\cot b.\cot c = 3\cot b \Rightarrow \cot a.\cot c = 3$

$a+c=2b \Leftrightarrow \sin A + \sin C = 2\sin B$

$\Leftrightarrow 2\sin\dfrac{A+C}{2}cos\dfrac{A-C}{2} = 4\sin\dfrac{B}{2}.cos\dfrac{B}{2} = 4\sin\dfrac{A+C}{2}.cos\dfrac{A+C}{2}$

$\Leftrightarrow cos\dfrac{A-C}{2} = 2cos\dfrac{A+C}{2} \Leftrightarrow cos\dfrac{A}{2}cos\dfrac{C}{2}+\sin\dfrac{A}{2}\sin\dfrac{C}{2} = 2cos\dfrac{A}{2}cos\dfrac{C}{2} - 2\sin\dfrac{A}{2}\sin\dfrac{C}{2}$

$\Leftrightarrow 3\sin\dfrac{A}{2}\sin\dfrac{C}{2} = cos\dfrac{A}{2}cos\dfrac{C}{2} \Leftrightarrow 3\tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{C}{2} = 1 \Leftrightarrow \tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{C}{2} = \dfrac{1}{3}$

Câu 50. Cho a, b, c theo thứ tự tạo thành cấp số cộng. Giá trị $x+y$ là bao nhiêu biết $P = \log_2\left(a^2+ab+2b^2+bc+c^2\right) = x\log_2\left(a^2+ac+c^2\right)+y \quad (x, y \in \mathbb{N})$.

A. 0 **B.** 1 **C.** -1 **D.** 2

Hướng dẫn giải

Đáp án D

Theo đề a, b, c theo thứ tự tạo thành cấp số cộng nên $a+c=2b \Rightarrow (a+c)^2 = 4b^2$

$\Leftrightarrow b(a+c)+2b^2 = (a+c)^2$

$\Leftrightarrow 2a^2+ab+2b^2+bc+c^2 = 2\left(a^2+ac+c^2\right)$

Do đó $\log_2\left(a^2+ab+2b^2+bc+c^2\right) = \log_2\left(a^2+ac+c^2\right)+1$

Câu 51. Cho ba (bố số chứ) số a,b,c,d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T=a-b+c-d$?

A. $T=\frac{101}{27}$. **B.** $T=\frac{100}{27}$. **C.** $T=-\frac{100}{27}$. **D.** $T=-\frac{101}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi e là công sai. Ta có: $a+b+c=3a+10e=\frac{148}{9}(1)$

(Đề xuất $b=a+3e$, $c=a+7e$)

Gọi q là công bội khác 1 ta lại có: $b^2=a^2q^2=ac\Rightarrow(a+3e)^2=a(7+3e)\Rightarrow a-9e=0(2)$.

Từ (1) và (2) $\Rightarrow\begin{cases}a=4\\e=\frac{4}{9}\end{cases}\Rightarrow b=\frac{16}{3};c=\frac{64}{9};d=\frac{256}{27}\Rightarrow T=-\frac{100}{27}$.

Câu 52. Cho cấp số cộng (u_n). Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $(n-p)u_m+(p-m)u_n+(m-n)u_p=0$. **B.** $(m-n)u_m+(n-p)u_n+(p-m)u_p=0$.

C. $(m-p)u_m+(n-m)u_n+(p-n)u_p=0$. **D.** $(p-n)u_m+(m-p)u_n+(m-n)u_p=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Kiểm tra từng phương án cho đến khi tìm được phương án đúng.

Ta có: $u_m=u_1+(m-1)d;u_n=u_1+(n-1)d;u_p=u_1+(p-1)d$.

- Phương án A: Ta có: $(n-p)u_m+(p-m)u_n+(m-n)u_p$

$=(n-p)\left[u_1+(m-1)d\right]+(p-m)\left[u_1+(n-1)d\right]+(m-n)\left[u_1+(p-1)d\right]=0$.

Câu 53. Cho ba số dương a,b,c thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}},\frac{1}{\sqrt{c}+\sqrt{a}},\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ lập thành một cấp số cộng. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Ba số a,b,c lập thành một cấp số cộng.

B. Ba số $\frac{1}{a},\frac{1}{b},\frac{1}{c}$ lập thành một cấp số cộng.

C. Ba số a^2,b^2,c^2 lập thành một cấp số cộng.

D. Ba số $\sqrt{a},\sqrt{b},\sqrt{c}$ lập thành một cấp số cộng

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Theo giả thiết ta có:

$$\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}+\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{2}{\sqrt{c}+\sqrt{a}}$$
$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{c}+\sqrt{a}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{c}+2\sqrt{b}\right)=2\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\Leftrightarrow a+c=2b$$

Suy ra ba số a,b,c hoặc c,b,a lập thành một cấp số cộng.

Câu 54. Biết rằng tồn tại các giá trị của $x\in\left[0;2\pi\right]$ để ba số $1+\sin x,\sin^2 x,1+\sin 3x$ lập thành một cấp số cộng, tính tổng S các giá trị đó của x.

A. $S=5\pi$. **B.** $S=3\pi$. **C.** $S=\frac{7\pi}{2}$. **D.** $S=\frac{23\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Theo tính chất của cấp số cộng ta có:

$1+\sin x+1+\sin 3x=2\sin^2 x$

$\Leftrightarrow 2+4\sin x-4\sin^3 x=2\sin^2 x\Leftrightarrow 2\sin^3 x+\sin^2 x-2\sin x-1=0$

$\Leftrightarrow\left(2\sin x+1\right)\left(\sin^2 x-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=-\frac{1}{2}\\ \cos x=0\end{array}\right.$

+) $\sin x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$.

+) $\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$

Với nghiệm $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi$ và $x\in\left[0;2\pi\right]$, ta tìm được $x=\frac{11\pi}{6}$. Với nghiệm $x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi$ và $x\in\left[0;2\pi\right]$, ta tìm được $x=\frac{7\pi}{6}$. Với nghiệm $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ và $x\in\left[0;2\pi\right]$ ta tìm được nghiệm $x=\frac{\pi}{2};x=\frac{3\pi}{2}$

Do đó $S+\frac{11\pi}{6}+\frac{7\pi}{6}+\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{2}=5\pi$.

Câu 55. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2-x+m^2-1=0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng.

A. $m=\pm 16$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\pm 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Áp dụng kết quả phần lý thuyết, ta có phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt thì điều kiện cần là $-\frac{b}{3a}=-\frac{-3}{3}=1$ là nghiệm của phương trình.

Suy ra $1^3-3.1^2-1+m^2-1=0\Leftrightarrow m=\pm 2$.

Với $m=\pm 2$, ta có phương trình $x^3-3x^2-x+3=0$.

$\Leftrightarrow (x-3)(x^2-1)=0 \Leftrightarrow x=-1, x=1, x=3$

Ba số $-1,1,3$ lập thành cấp số cộng.

Vậy các giá trị cần tìm là $m=\pm 2$. Do đó D là phương án đúng.

Câu 56. Biết rằng tồn tại đúng ba giá trị m_1, m_2, m_3 của tham số m để phương trình $x^3-9x^2+23x+m^3-4m^2+m-9=0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng, tính giá trị của biểu thức $P=m_1^3+m_2^3+m_3^3$.

A. $P=34$. **B.** $P=36$. **C.** $P=64$. **D.** $P=-34$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Áp dụng kết quả ở phần lý thuyết, ta có phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt thì điều kiện cần là: $-\frac{b}{3a}=-\frac{-9}{3}=3$ là nghiệm của phương trình.

Suy ra $3^3-9.3^2+23.3+m^3-4m^2+m-9=0$

$\Leftrightarrow\ m^3-4m^2+m+6=0 \Leftrightarrow m=-1, m=2, m=3$

Với $m=-1, m=2, m=3$ thì $m^3-4m^2+m+6=0$ nên $m^3-4m^2+m-9=-15$.

Do vậy, với $m=-1, m=2, m=3$ ta có phương trình

$x^3-9x^2+23x-15=0 \Leftrightarrow (x-3)(x^2-6x+5)=0 \Leftrightarrow x=1, x=3, x=5$.

Ba số 1,3,5 lập thành cấp số cộng.

Vậy $m=-1, m=2, m=3$ là các giá trị cần tìm.

Do đó $(-1)^3+2^3+3^3=34$

Câu 57. Biết rằng tồn tại hai giá trị của tham số m để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng: $x^4-10x^2+2m^2+7m=0$, tính tổng lập phương của hai giá trị đó.

A. $-\frac{343}{8}$. **B.** $\frac{721}{8}$. **C.** $-\frac{721}{8}$. **D.** $\frac{343}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C .

Đặt $t=x^2$ $(t\ge 0)$. Khi đó ta có phương trình: $t^2-10t+2m^2+7m=0$ (*).

Phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} 5^2-(2m^2+7m)>0 \\ 2m^2+7m>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<2m^2+7m<25.$

(do tổng hai nghiệm bằng $10>0$ nên không cần điều kiện này).

+ Với điều kiện trên thì (*) có hai nghiệm dương phân biệt là t_1, t_2 $(t_1<t_2)$.

Khi đó phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt là $-\sqrt{t_2}; -\sqrt{t_1}; \sqrt{t_1}; \sqrt{t_2}$.

Bốn nghiệm này lập thành một cấp số cộng khi

$-\sqrt{t_1}-\left(-\sqrt{t_2}\right)=\sqrt{t_1}-\left(-\sqrt{t_1}\right)=\sqrt{t_2}-\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2=9t_1$.

Theo định lý Vi-ét ta có: $t_1+t_2=10;\quad t_1.t_2=2m^2+7m$.

Suy ra ta có hệ phương trình $\begin{cases} t_2 = 9t_1 \\ t_1 + t_2 = 10 \\ t_1.t_2 = 2m^2 + 7m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = 9 \\ 2m^2 + 7m = 9 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\dfrac{9}{2} \end{array}\right.$.

Cả hai giá trị này đều thỏa mãn điều kiện nên đều có thể nhận được.

Do đó $1^3 + \left(\dfrac{-9}{2}\right)^3 = -\dfrac{721}{8}$.

Câu 58. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên 24850. Tính giá trị của biểu thức $S = \dfrac{1}{u_1u_2} + \dfrac{1}{u_2u_3} + ... + \dfrac{1}{u_{48}u_{49}} + \dfrac{1}{u_{49}u_{50}}$?

A. $S = 123$ **B.** $S = \dfrac{4}{23}$ **C.** $S = \dfrac{9}{246}$ **D.** $S = \dfrac{49}{246}$

Hướng dẫn giải

Ta có: $u_{100} + u_1 = 497 \Rightarrow u_{100} = 496 = 1 + 99d \Rightarrow \boxed{d = 5} \Rightarrow u_{50} = 246$.

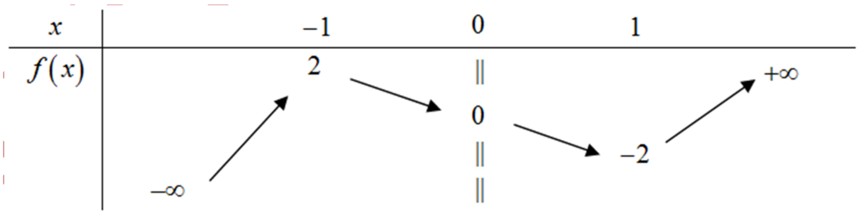
Lại có: $5S = \dfrac{u_2 - u_1}{u_1u_2} + \dfrac{u_3 - u_2}{u_2u_3} + ... + \dfrac{u_{49} - u_{48}}{u_{48}u_{49}} + \dfrac{u_{50} - u_{49}}{u_{49}u_{50}} = \dfrac{1}{u_1} - \dfrac{1}{u_{50}} = 1 - \dfrac{1}{246} \Rightarrow \boxed{S = \dfrac{49}{246}}$.

Câu 59. Cho cấp số cộng (a_n); cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $a_2 > a_1 \geq 0; b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(a_2) + 2 = f(a_1)$ và $f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b)$. Số nguyên dương $n > 1$ nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện $b_n > 2018a_n$ là?

A. 16 **B.** 15 **C.** 17 **D.** 18

Hướng dẫn giải

Tính bảng biến thiên:



Vì $f(a_2) < f(a_1) \Rightarrow a_1, a_2 \in (0;1)$ và $a_2 = 1; a_1 = 0$.

Tương tự $\log_2 b_2 = 1$ và $\log_2 b_1 = 0$.

Khi đó $a_n = n - 1$ và $b_n = 2^{n-1}$.

Vậy $b_n > 2018a_n \Leftrightarrow 2^{n-1} > 2018(n-1)$.

Chọn A.

Câu 60. Cho cấp số cộng $(u\;\;)$ có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, lấy các điểm $A_1, A_2, ...$ sao cho với mỗi số nguyên dương n, điểm A_n có tọa độ $(n; u_n)$. Biết rằng khi

đó tất cả các điểm $A_1, A_2, ..., A_n, ...$ cùng nằm trên một đường thẳng. Hãy viết phương trình của đường thẳng đó.

A. $y=-3x+5$. **B.** $y=-3x+2$. **C.** $y=2x-3$. **D.** $y=2x-5$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là $u_n=u_1+(n-1)d=-3n+5$.

Nhận thấy toạ độ của các điểm A_n đều thoả mãn phương trình $y=-3x+5$ nên phương trình đường thẳng đi qua các điểm $A_1, A_2, ..., A_n, ...$ là $y=-3x+5$.

Suy ra A là phương án đúng.

Câu 61. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đồ thị (C) của hàm số $y=3x-2$. Với mỗi số nguyên dương n, gọi A_n là giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng $d: x-n=0$. Xét dãy số (u_n) với u_n là tung độ của điểm A_n. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai $d=-2$.

B. Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai $d=3$.

C. Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai $d=1$.

D. Dãy số (u_n) không phải là một cấp số cộng.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $A_n(n;u_n)$ trong đó $u_n=3n-2$.

Do $u_{n+1}-u_n=3, \forall n\geq 1$ nên (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d=3$.

Suy ra B là phương án đúng.

Câu 62. Trên tia Ox lấy các điểm $A_1, A_2, ..., A_n, ...$ sao cho với mỗi số nguyên dương n, $OA_n=n$. Trong cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa tia Ox, vẽ các nửa đường tròn đường kính OA_n, $n=1,2,...$ Kí hiệu u_1 là diện tích nửa đường tròn đường kính OA_1 và với mỗi $n\geq 2$, kí hiệu u_n là diện tích của hình giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính OA_{n-1}, nửa đường tròn đường kính OA_n và tia Ox. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Dãy số (u_n) không phải là một cấp số cộng.

B. Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai $d=\frac{\pi}{4}$.

C. Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai $d=\frac{\pi}{8}$.

D. Dãy số (u_n) không phải là một cấp số cộng có công sai $d=\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Bán kính đường tròn có đường kính OA_n là $r_n=\frac{n}{2}$.

Diên tích nửa đường tròn đường kính OA_n là $S_n = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{n}{2}\right)^2 = \frac{n^2\pi}{8}$.

Suy ra $u_n = s_n - s_{n-1} = \frac{\pi}{8}\left[n^2 - (n-1)^2\right] = \frac{(2n-1)\pi}{8}, n \ge 2$.

Ta có $u_1 = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{8}$.

Do $u_{n+1} - u_n = \frac{\pi}{4}, \forall n \ge 1$ nên (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = \frac{\pi}{4}$.

Suy ra B là phương án đúng.

Câu 63. Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá từ mét khoan đầu tiên là 100000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30000 đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người muốn kí hợp đồng với cơ sở khoan giếng này để khoan một giếng sâu 20 mét lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bằng bao nhiêu?

A. 7700000 đồng. **B.** 15400000 đồng. **C.** 8000000 đồng. **D.** 7400000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi u_n là giá của mét khoan thứ n, trong đó $1 \le n \le 20$.

Theo giả thiết, ta có $u_1 = 100000$ và $u_{n+1} = u_n = 30000$ với $1 \le n \le 19$.

Ta có (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100000$ và công sai $d = 30000$.

Tổng số tiền gia đình thanh toán cho cơ sở khoan giếng chính là tổng các số hạng của cấp số cộng (u_n). Suy ra số tiền mà gia đình phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng là

$$S_{20} = u_1 + u_2 + ... + u_{20} = \frac{20[2u_1 + (20-1)d]}{2} = 7700000 \text{ (đồng).}$$

Câu 64. Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông. Người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô vuông đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt dẻ nhiều hơn ô đầu tiên là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt dẻ nhiều hơn ô thứ hai là 5, … và cứ thế tiếp tục đến ô cuối cùng. Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta đã phải sử dụng hết 25450 hạt dẻ. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô?

A. 98 ô. **B.** 100 ô. **C.** 102 ô. **D.** 104 ô.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Kí hiệu u_n là số hạt dẻ ở ô thứ n.

Khi đó, ta có $u_1 = 7$ và $u_{n+1} = u_n + 5, n \ge 1$.

Dãy số (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 7$ và công sai $d = 5$ nên có

$$S_n = \frac{n\left[2u_1 + (n-1)d\right]}{2} = \frac{5n^2 + 9n}{2}.$$

Theo giả thiết, ta có $\frac{5n^2 + 9n}{2} = 25450 \Leftrightarrow n = 100$.

Suy ra bàn cờ có 100 ô.

Câu 65. Một công ty trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kỹ sư theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ty là $13,5$ triệu đồng/quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, múc lương sẽ được tăng thêm 500.000 đồng mỗi quý. Tính tổng số tiền lương một kỹ sư nhận được sau ba năm làm việc cho công ty.

A. 198 triệu đồng. **B.** 195 triệu đồng. **C.** 228 triệu đồng. **D.** 114 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Kí hiệu u_n là mức lương của quý thứ n làm việc cho công ty. Khi đó $u_1 = 13,5$ và $u_{n+1} = u_n + 0,5, n \geq 1$.

Dãy số (u_n) lập thành cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 13,5$ và công sai $d = 0,5$.

Một năm có 4 quý nbên 3 năm có tổng 12 quý.

Số tiền lương sau 3 năm bằng tổng số tiền lương của 12 quý và bằng tổng 12 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n). Vậy, tổng số tiền lương nhận được sau 3 năm làm việc cho công ty của kỹ sư là $S_{12} = \dfrac{12.[2.13,5+11.0,5]}{2} = 195$ (triệu đồng).

Câu 66. Mặt sàn tầng của một ngôi nhà cao hơn mặt sân $0,5m$. Cầu thang đi từ tầng một lên tầng hai gồm 21 bậc, một bậc cao $18cm$. Kí hiệu h_n là độ cao của bậc thứ n so với mặt sân. Viết công thức để tìm độ cao h_n.

A. $h_n = 0,18n + 0,32(m)$. **B.** $h_n = 0,18n + 0,5(m)$.

C. $h_n = 0,5n + 0,18(m)$. **D.** $h_n = 0,5n - 0,32(m)$.

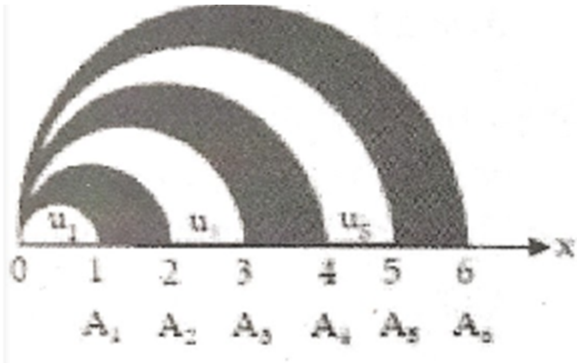
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ký hiệu h_n là độ cao của bậc thứ n so với mặt sân.

Khi đó, ta có $h_{n+1} = h_n + 0,18$ (mét), trong đó $h_1 = 0,5$ (mét). Dãy số (h_n) lập thành một cấp số cộng có $h_1 = 0,5$ và công sai $d = 0,18$. Suy ra số hạng tổng quát của cấp số cộng này là $h_n = 0,5 + (n-1).0,18 = 0,18.n + 0,32$ (mét).

Câu 67. Trên tia Ox lấy các điểm $A_1, A_2, ..., A_n, ...$ sao cho với mỗi số nguyên dương n, $OA_n = n$. Trong cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa tia Ox, vẽ các nửa đường tròn đường kính OA_n, $n = 1, 2...$ Kí hiệu u_1 là diện tích của nửa hình tròn đường kính OA_1 và với mỗi $n \geq 2$, kí hiệu u_n là diện tích của hình giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính OA_{n-1}, nửa đường tròn đường kính OA_n và tia Ox. Chứng minh rằng dãy số (u_n) là một cấp số cộng. Hãy xác định công sai của cấp số cộng đó.



A. $d=\dfrac{\pi}{4}$ **B.** $d=\dfrac{\pi}{2}$ **C.** $d=\dfrac{\pi}{3}$ **D.** $d=\dfrac{2\pi}{3}$

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Đặt $OA_0=0,$ ta có

$$u_n=\frac{1}{2}\left(\pi\frac{{OA_n}^2}{4}-\pi\frac{{OA_{n-1}}^2}{4}\right)=\frac{\pi}{8}\left[n^2-(n-1)^2\right]=\frac{(2n-1)\pi}{8},\forall n\geq 1$$

Suy ra $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(2n+1)\pi}{8}-\dfrac{(2n-1)\pi}{8}=\dfrac{\pi}{4},\forall n\geq 1$

Do đó (u_n) là một cấp số cộng công sai $d=\dfrac{\pi}{4}$

CẤP SỐ NHÂN

Câu 68. Cho tam giác ABC biết 3 góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có một góc bằng 25° . Tìm 2 góc còn lại?

A. $65^\circ,90^\circ$ **B.** $75^\circ,80^\circ$. **C.** $60^\circ,95^\circ$. **D.** $60^\circ,90^\circ$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $u_1+u_2+u_3=180\Leftrightarrow 25+25+d+25+2d=180\Leftrightarrow d=35$.

Vậy $u_2=60;\ u_3=90.$

Câu 69. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1=5,a_{n+1}=q.a_n+3$ với mọi $n\geq 1,$ trong đó q là hằng số, $a\neq 0,q\neq 1.$ Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số viết được dưới dạng $a_n=\alpha.q^{n-1}+\beta\dfrac{1-q^{n-1}}{1-q}$. Tính $\alpha+2\beta$?

A. 13. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1.

Ta có: $a_{n+1}-k=q\left(a_n-k\right)\Leftrightarrow k-kq=3\Leftrightarrow k=\dfrac{3}{1-q}$

Đặt $v_n=a_n-k\Rightarrow v_{n+1}=q.v_n=q^2.v_{n-1}=...=q^n v_1$

Khi đó $v_n=q^{n-1}.v_1=q^{n-1}.\left(a_1-k\right)=q^{n-1}.\left(5-\dfrac{3}{1-q}\right)$

Vậy $a_n=v_n+k=q^{n-1}.\left(5-\dfrac{3}{1-q}\right)+k=q^{n-1}.\left(5-\dfrac{3}{1-q}\right)+\dfrac{3}{1-q}=5q^{n-1}+3\dfrac{1-q^{n-1}}{1-q}$

Do đó: $\alpha=5;\beta=3\Rightarrow\alpha+2\beta=5+2.3=11$

Cách 2.

Theo giả thiết ta có $a_1=5,a_2=5q+3.$ Áp dụng công thức tổng quát, ta được

$\begin{cases}a_1=\alpha.q^{1-1}+\beta\dfrac{1-q^{1-1}}{1-q}=\alpha\\ a_2=\alpha.q^{2-1}+\beta\dfrac{1-q^{2-1}}{1-q}=\alpha.q+\beta\end{cases}$, suy ra $\begin{cases}5=\alpha\\ 5q+3=\alpha.q+\beta\end{cases}$, hay $\begin{cases}\alpha=5\\ \beta=3\end{cases}$

$\Rightarrow\alpha+2\beta=5+2.3=11$

Câu 70. Trong dịp hội trại hè 2017 bạn A thả một quả bóng cao su từ độ cao 3m so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng hai phần ba độ cao lần rơi trước. Tổng quãng đường quả bóng đã bay (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) khoảng:

A. 13m. **B.** 14m. **C.** 15m. **D.** 16m.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi S là tổng quãng đường bóng đã bay, khi đó ta có:

$$S=3+3.\frac{2}{3}.3\left(\frac{2}{3}\right)^2+3.\left(\frac{2}{3}\right)^3+3.\left(\frac{2}{3}\right)^4+3.\left(\frac{2}{3}\right)^5+...+3.\left(\frac{2}{3}\right)^n+...$$

S là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu tiên là $u_1=3$, công bội là $q=\dfrac{2}{3}$ nên

$$S=\frac{u_1}{1-q}=\frac{3}{1-\frac{2}{3}}=9$$

Vậy tổng quãng đường đã bay của bóng là khoảng 9m.

Do đó $x+y=2$

Câu 71. Có hai cấp số nhân thỏa mãn $\begin{cases}u_1+u_2+u_3+u_4=15\\ u_1^2+u_2^2+u_3^2+u_4^2=85\end{cases}$ với công bội lần lượt là q_1,q_2. Hỏi giá trị của q_1+q_2 là:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** $\frac{7}{2}$

Hướng dẫn giải

Đáp án C

Biến đổi giả thiết thành $\begin{cases} \dfrac{u_1\left(q^4-1\right)}{q-1}=-15 \\ \dfrac{u_1^2\left(q^8-1\right)}{q^2-1}=85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{u_1^2\left(q^4-1\right)^2}{\left(q^2-1\right)^2}=225 \\ \dfrac{u_1^2\left(q^8-1\right)}{q^2-1}=85 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{\left(q^4-1\right)^2\left(q^2-1\right)}{\left(q-1\right)^2\left(q^8-1\right)}=\dfrac{225}{85}$

$14q^4-17q^3-17q^2-17q+14=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} q=\dfrac{1}{2} \\ q=2 \end{array}\right.$.

Do đó $q_1+q_2=\frac{5}{2}$.

Câu 72. Cho tứ giác $ABCD$ biết 4 góc của tứ giác lập thành một cấp số cộng và góc A bằng 30^o. Tìm các góc còn lại?

A. $75°,120°,65°$. **B.** $72°,114°,156°$. **C.** 70^o; 110^o; 150^o. **D.** 80^o; 110^o; 135^o.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $u_1+u_2+u_3+u_4=360 \Leftrightarrow 30+30+d+30+2d+30+3d=360 \Leftrightarrow d=40$.

Vậy $u_2=70;\ u_3=110;\ u_4=150$.

Câu 73. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính $S=\frac{1}{u_1u_2}+\frac{1}{u_2u_3}+...+\frac{1}{u_{49}u_{50}}$.

A. $S=\frac{9}{246}$. **B.** $S=\frac{4}{23}$. **C.** $S=123$. **D.** $S=\frac{49}{246}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi d là công sai của cấp số đã cho

Ta có: $S_{100}=50\left(2u_1+99d\right)=24850 \Rightarrow d=\frac{497-2u_1}{99}=5$

$\Rightarrow 5S=\frac{5}{u_1u_2}+\frac{5}{u_2u_3}+...+\frac{5}{u_{49}u_{50}}$

$=\frac{u_2-u_1}{u_1u_2}+\frac{u_3-u_2}{u_2u_3}+...+\frac{u_{50}-u_{49}}{u_{49}u_{50}}$

$=\frac{1}{u_1}-\frac{1}{u_2}+\frac{1}{u_2}-\frac{1}{u_3}+...+\frac{1}{u_{48}}-\frac{1}{u_{49}}+\frac{1}{u_{49}}-\frac{1}{u_{50}}$

$=\frac{1}{u_1}-\frac{1}{u_{50}}=\frac{1}{u_1}-\frac{1}{u_1+49d}=\frac{245}{246}$

$\Rightarrow S=\frac{49}{246}$.

Câu 74. Cho a,b,c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a^2+c^2=2ab+2bc+2ac$. **B.** $a^2-c^2=2ab+2bc-2ac$.

C. $a^2+c^2=2ab+2bc-2ac$. **D.** $a^2-c^2=2ab-2bc+2ac$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

a,b,c theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi

$b-a=c-b\Leftrightarrow(b-a)^2=(c-b)^2\Leftrightarrow a^2-c^2=2ab-2bc$

$\Leftrightarrow a^2+c^2=2c^2+2ab-2bc=2ab+2c(c-b)$

$=2ab+2c(b-a)=2ab+2bc-2ac$

Câu 75. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases}u_1=2\\u_{n+1}+4u_n=4-5n\,(n\ge1)\end{cases}$. Tính tổng $S=u_{2018}-2u_{2017}$.

A. $S=2015-3.4^{2017}$ **B.** $S=2016-3.4^{2018}$ **C.** $S=2016+3.4^{2018}$ **D.** $S=2015+3.4^{2017}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 76. Cho số hạng thứ m và thứ n của một cấp số nhân biết số hạng thứ $(m+n)$ bằng A, số hạng thứ $(m-n)$ bằng B và các số hạng đều dương. Số hạng thứ m là:

A. $A\left(\frac{B}{A}\right)^{\frac{m}{2n}}$ **B.** $\sqrt{AB}$ **C.** $\left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{m}{n}}$ **D.** $(AB)^{\frac{2}{n}}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases}u_{m+n}=A=u_1.q^{m+n-1}\\u_{m-n}=B=u_1.q^{m-n-1}\end{cases}\Rightarrow A=Bq^{2n}\Rightarrow q=\sqrt[2n]{\frac{A}{B}}$

Mặt khác $\begin{cases}u_m=u_1.q^{m-1}\\u_{m+n}=u_1.q^{m+n-1}\end{cases}\Rightarrow\frac{u_m}{A}=q^{-n}\Leftrightarrow u_m=A\sqrt[2n]{\left(\frac{A}{B}\right)^{-n}}=\sqrt{AB}$

Tương tự ta có thể tính được $u_n = A\left(\frac{B}{A}\right)^{\frac{m}{2n}}$

Câu 77. Cho dãy số (U_n) xác định bởi: $U_1 = \frac{1}{3}$ và $U_{n+1} = \frac{n+1}{3n}.U_n$. Tổng $S = U_1 + \frac{U_2}{2} + \frac{U_3}{3} + .. + \frac{U_{10}}{10}$ bằng:

A. $\frac{3280}{6561}$. **B.** $\frac{29524}{59049}$. **C.** $\frac{25942}{59049}$. **D.** $\frac{1}{243}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $u_{n+1} = \frac{n+1}{3n}u_n \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{n+1} = \frac{1}{3}.\frac{u_n}{n} = \frac{1}{3^n}u_1$.

$\frac{u_2}{2} = \frac{1}{3}u_1$; $\frac{u_3}{3} = \frac{1}{3}\frac{u_2}{2} = \frac{1}{3^2}u_1;\ldots;\frac{u_{10}}{10} = \frac{1}{3^9}u_1$.

Khi đó:

$$S = u_1 + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \ldots + \frac{u_{10}}{10} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \ldots + \frac{1}{3^{10}} = \frac{\frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{3^{10}}\right)}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{29524}{59049}.$$

Câu 78. Phương trình $1 + a + a^2 + \ldots + a^x = (1+a)(1+a^2)(1+a^4)$ với $0 < a \neq 1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình biến đổi thành $\frac{1 - a^{x+1}}{1 - a} = (1+a)(1+a^2)(1+a^4) \Leftrightarrow 1 - a^{x+1} = 1 - a^8 \Leftrightarrow x = 7$.

Câu 79. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân: $x^3 - (3x+1)x^2 + (5m+4)x - 8 = 0$.

A. $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = -4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương pháp 1: Ta có $-\frac{d}{a} = -\frac{-8}{1} = 8$.

Điều kiện cần để phương trình đã choc ó ba nghiệm lập thành một cấp số nhân là $x = \sqrt[3]{8} = 2$ là nghiệm của phương trình.

Thay $x = 2$ vào phương trình đã cho, ta được

$4 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Với $m = 2$, ta có phương trình $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = 2; x = 4$

Ba nghiệm này lập thành một cấp số nhân nên $m = 2$ là giá trị cần tìm. Vậy, B là phương án đúng.

Phương pháp 2: Kiểm tra từng phương án đến khi tìm được phương án đúng.

Câu 80. Biết rằng tồn tại hai giá trị m_1 và m_2 để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân: $2x^3+2\left(m^2+2m-1\right)x^2-7\left(m^2+2m-2\right)x-54=0$. Tính giá trị của biểu thức $P=m_1^3+m_2^3$.

A. $P=-56$ **B.** $P=8$. **C.** $P=56$ **D.** $P=-8$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $-\frac{d}{a}=-\frac{-54}{2}=27$.

Điều kiện cần để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân là $x=\sqrt[3]{27}=3$ phải là nghiệm của phương trình đã cho.

$\Leftrightarrow m^2+2m-8=0 \Leftrightarrow m=2; m=-4$.

Vì giả thiết cho biết tồn tại đúng hai giá trị của tham số m nên $m=2$ và $m=-4$ là các giá trị thỏa mãn

Suy ra $P=2^3+(-4)^3=-56$.

Câu 81. Ba số x,y,z lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 21. Nếu lần lượt thêm các số $2;3;9$ vào ba số đó (theo thứ tự của cấp số cộng) thì được ba số lập thành một cấp số nhân. Tính $F=x^2+y^2+z^2$.

A. $F=389$. hoặc $F=395$. **B.** $F=395$. hoặc $F=179$.
C. $F=389$. hoặc $F=179$. **D.** $F=441$ hoặc $F=357$.

Hướng dẫn giải

Chọn C .

Theo tính chất của cấp số cộng, ta có $x+z=2y$.

Kết hợp với giả thiết $x+y+z=21$, ta suy ra $3y=21 \Leftrightarrow y=7$.

Gọi d là công sai của cấp số cộng thì $x=y-d=7-d$ và $z=y+d=7+d$.

Sau khi thêm các số $2;3;9$ vào ba số x,y,z ta được ba số là $x+2, y+3, z+9$ hay $9-d, 10, 16+d$.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có $(9-d)(16+d)=10^2 \Leftrightarrow d^2+7d-44=0$.

Giải phương trình ta được $d=-11$ hoặc $d=4$.

Với $d=-11$, cấp số cộng $18,7,-4$. Lúc này $F=389$.

Với $d=4$, cấp số cộng $3,7,11$. Lúc này $F=179$.

Câu 82. Cho cấp số nhân (a_n) có $a_1=7,\ a_6=224$ và $S_k=3577$. Tính giá trị của biểu thức $T=(k+1)a_k$.

A. $T=17920$. **B.** $T=8064$. **C.** $T=39424$. **D.** $T=86016$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $a_6=224 \Leftrightarrow a_1q^5=224 \Rightarrow q=2$ (do $a_1=7$).

Do $S_k=\frac{a_1\left(1-q^k\right)}{1-q}=7\left(2^k-1\right)$ nên $S_k=3577 \Leftrightarrow 7\left(2^k-1\right)=3577 \Leftrightarrow 2^k=2^9 \Leftrightarrow k=9$.

Suy ra $T=10a_9=10a_1q^8=17920$.

Câu 83. Cho cấp số nhân (a_n) có $a_1 = 2$ và biểu thức $20a_1 - 10a_2 + a_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm số hạng thứ bảy của cấp số nhân đó.

A. $a_7 = 156250$. **B.** $a_7 = 31250$. **C.** $a_7 = 2000000$. **D.** $a_7 = 39062$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi q là công bội của cấp số nhân (a_n).

Ta có $20a_1 - 10a_2 + a_3 = 2(q^2 - 10q + 20) = 2(q-5)^2 - 10 \geq -10, \forall q$.

Dấu bằng xảy ra khi $q = 5$.

Suy ra $a_7 = a_1.q^6 = 2.5^6 = 31250$.

Câu 84. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào là sai?

A. Dãy số (a_n), với $a_1 = 3$ và $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6}$, $\forall n \geq 1$, vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.

B. Dãy số (b_n), với $b_1 = 1$ và $b_{n+1}(2b_n^2 + 1) = 3$, $\forall n \geq 1$, vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.

C. Dãy số (c_n), với $c_1 = 2$ và $c_{n+1} = 3c_n^2 - 10$ $\forall n \geq 1$, vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.

D. Dãy số (d_n), với $d_1 = -3$ và $d_{n+1} = 2d_n^2 - 15$, $\forall n \geq 1$, vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Kiểm tra từng phương án đến khi tìm được phương án sai.

+ Phương án A:Ta có $a_2 = 3; a_2 = 3; \ldots$ Bằng phương pháp quy nạp toán học chúng ra chứng minh được rằng $a_n = 3, \forall n \geq 1$. Do đó (a_n) là dãy số không đổi. Suy ra nó vừa là cấp số cộng (công sai bằng 0) vừa là cấp số nhân (công bội bằng 1).

+ Phương án B: Tương tự như phương án A, chúng ta chỉ ra được $b_n = 1, \forall n \geq 1$. Do đó (b_n) là dãy số không đổi. Suy ra nó vừa là cấp số cộng (công sai bằng 0) vừa là cấp số nhân (công bội bằng 1).

+ Phương án C: Tương tự như phương án A, chúng ta chỉ ra được $c_n = 2, \forall n \geq 1$. Do đó (c_n) là dãy số không đổi. Suy ra nó vừa là cấp số cộng (công sai bằng 0) vừa là cấp số nhân (công bội bằng 1).

+ Phương án D: Ta có: $d_1 = -3, d_2 = 3, d_3 = 3$. Ba số hạng này không lập thành cấp số cộng cũng không lập thành cấp số nhân nên dãy số (d_n) không phải là cấp số cộng và cũng không là cấp số nhân.

Câu 85. Xét bảng ô vuông gồm 4×4 ô vuông. Người ta điền vào mỗi ô vuông đó một trong hai số 1 hoặc -1 sao cho tổng các số trong mỗi hang và tổng các số trong mỗi cột đều bằng 0. Hỏi có bao nhiêu cách?

A. 72 **B.** 90 **C.** 80 **D.** 144

Hướng dẫn giải

Xét 1 hàng (hay 1 cột bất kì). Giả sử trên hàng đó có x số 1 và y số -1. Ta có tổng các chữ số trên hàng đó là $x - y$. Theo đề bài có $x - y = 0 \Leftrightarrow x = y$.

Lần lượt xếp các số vào các hàng ta có số cách sắp xếp là 3!.3!.2.1 =72 (Cách)

Câu 86. Số đo ba kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân. Biết thể tích của khối hộp là $125\,cm^3$ và diện tích toàn phần là $175\,cm^2$. Tính tổng số đo ba kích thước của hình hộp chữ nhật đó.

A. $30cm$. **B.** $28cm$. **C.** $31cm$. **D.** $17,5cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vì ba kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân nên ta có thể gọi ba kích thước đó là $\frac{a}{q}, q, aq$.

Thể tích của khối hình hộp chữ nhật là $V = \frac{a}{q}.a.qa = a^3 = 125 \Rightarrow a = 5$.

Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật là

$$S_{tp} = 2\left(\frac{a}{q}.a + a.aq + aq.\frac{a}{q}\right) = 2a^2\left(1 + q + \frac{1}{q}\right) = 50\left(1 + q + \frac{1}{q}\right).$$

Theo giả thiết, ta có $50\left(1+q+\frac{1}{q}\right) = 175 \Leftrightarrow 2q^2 - 5q + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} q = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Với $q = 2$ hoặc $q = \frac{1}{2}$ thì kích thước của hình hộp chữ nhật là $2,5cm; 5cm; 10cm$.

Suy ra tổng của ba kích thước này là $2,5 + 5 + 10 = 17,5$ cm.

Câu 87. Một của hàng kinh doanh, ban đầu bán mặt hàng A với giá 100 (đơn vị nghìn đồng). Sau đó, cửa hàng tăng giá mặt hàng A lên 10%. Nhưng sau một thời gian, cửa hàng lại tiếp tục tăng giá mặt hàng đó lên 10%. Hỏi giá của mặt hàng A của cửa hàng sau hai lần tăng giá là bao nhiêu?

A. 120. **B.** 121. **C.** 122. **D.** 200.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Sau lần tăng giá thứ nhất thì giá của mặt hàng A là:

$M_1 = 100 + 100.10\% = 110$.

Sau lần tăng giá thứ hai thì giá của mặt hàng A là:

$M_2 = 110 + 110.10\% = 121$.

Câu 88. Một người đem 100 triệu đồng đi gửi tiết kiệm với kỳ han 6 tháng, mỗi tháng lãi suất là $0,7\%$ số tiền mà người đó có. Hỏi sau khi hết kỳ hạn, người đó được lĩnh về bao nhiêu tiền?

A. $10^8.(0,007)^5$ (đồng) **B.** $10^8.(1,007)^5$ (đồng)

C. $10^8.(0,007)^6$ (đồng) **D.** $10^8.(1,007)^6$ (đồng)

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Số tiền ban đầu là $M_0 = 10^8$ (đồng).

Đặt $r = 0,7\% = 0,007$.

Số tiền sau tháng thứ nhất là $M_1 = M_0 + M_0 r = M_0(1 + r)$.

Số tiền sau tháng thứ hai là $M_2 = M_1 + M_1 r = M_0(1+r)^2$.

Lập luận tương tự, ta có số tiền sau tháng thứ sáu là $M_6 = M_0(1+r)^6$.

Do đó $M_6 = 10^8(1,007)^6$.

Câu 89. Tỷ lệ tăng dân số của tỉnh M là $1,2\%$. Biết rằng số dân của tỉnh M hiện nay là 2 triệu người. Nếu lấy kết quả chính xác đến hàng nghìn thì sau 9 năm nữa số dân của tỉnh M sẽ là bao nhiêu?

A. 10320 nghìn người. **B.** 3000 nghìn người.
C. 2227 nghìn người. **D.** 2300 nghìn người.

Hướng dẫn giải

Chọn C .

Đặt $P_0 = 2000000 = 2.10^6$ và $r = 1,2\% = 0,012$.

Gọi P_n là số dân của tỉnh M sau n năm nữa.

Ta có: $P_{n+1} = P_n + P_n r = P_n(1+r)$.

Suy ra (P_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu P_0 và công bội $q = 1+r$.

Do đó số dân của tỉnh M sau 10 năm nữa là: $P_9 = M_0(1+r)^9 = 2.10^6(1,012)^{10} \approx 2227000$.

Câu 90. Tế bào E. Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại nhân đôi một lần. Nếu lúc đầu có 10^{12} tế bào thì sau 3 giờ sẽ phân chia thành bao nhiêu tế bào?

A. 1024.10^{12} tế bào. **B.** 256.10^{12} tế bào. **C.** 512.10^{12} tế bào. **D.** 512.10^{13} tế bào.

Hướng dẫn giải

Chọn C .

Lúc đầu có 10^{22} tế bào và mỗi lần phân chia thì một tế bào tách thành hai tế bào nên ta có cấp số nhân với $u_1 = 10^{22}$ và công bội $q = 2$.

Do cứ 20 phút phân đôi một lần nên sau 3 giờ sẽ có 9 lần phân chia tế bào. Ta có u_{10} là số tế bào nhận được sau 3 giờ. Vậy, số tế bào nhận được sau 3 giờ là $u_{10} = u_1 q^9 = 512.10^{12}$.

Câu 91. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng theo cách: Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích đế tháp. Biết diện tích đế tháp là $12288m^2$, tính diện tích mặt trên cùng.

A. $6m^2$. **B.** $12m^2$. **C.** $24m^2$. **D.** $3m^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi u_0 là diện tích đế tháp và u_n là diện tích bề mặt trên của tầng thứ n, với $1 \le n \le 11$.

Theo giả thiết, ta có $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n 0 \le n \le 10$.

Dãy số (u_n) lập thành cấp số nhân với số hạng đầu $u_0 = 12288$ và công bội $q = \dfrac{1}{2}$.

Diện tích mặt trên cùng của tháp là $u_{11} = u_0.q^{11} = 12288.\left(\dfrac{1}{2}\right)^{11} = 6\,\text{m}^2$.

Câu 92. Một tứ giác lồi có số đo các góc lập thành một cấp số nhân. Biết rằng số đo của góc nhỏ nhất bằng $\dfrac{1}{9}$ số đo của góc nhỏ thứ ba. Hãy tính số đo của các góc trong tứ giác đó.

A. $5^0, 15^0, 45^0, 225^0$. **B.** $9^0, 27^0, 81^0, 243^0$. **C.** $7^0, 21^0, 63^0, 269^0$. **D.** $8^0, 32^0, 72^0, 248^0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương pháp 1: Kiểm tra các dãy số trong mỗi phương án có thỏa mãn yêu cầu của bài toán không.

+ Phương án A: Các góc $5^0, 15^0, 45^0, 225^0$ không lập thành cấp số nhân vì

$15^0 = 3.5^0$; $45^0 = 3.15^0$; $225^0 \neq 3.45^0$.

+ Phương án B: Các góc $9^0, 27^0, 81^0, 243^0$ lập thành cấp số nhân và

$9^0 + 27^0 + 81^0 + 243^0 = 360^0$. Hơn nữa, $9^0 = \frac{1}{9}81^0$ nên B là phương án đúng.

+ Phương án C và D: Kiểm tra như phương án A.

Phương pháp 2: Gọi các góc của tứ giác là a, aq, aq^2, aq^3, trong đó $q > 1$.

Theo giả thiết, ta có $a = \frac{1}{9}aq^2$ nên $q = 3$.

Suy ra các góc của tứ giác là $a, 3a, 9a, 27a$.

Vì tổng các góc trong tứ giác bằng 360^0 nên ta có:

$a + 3a + 9a + 27a = 360^0 \Leftrightarrow a = 9^0$.

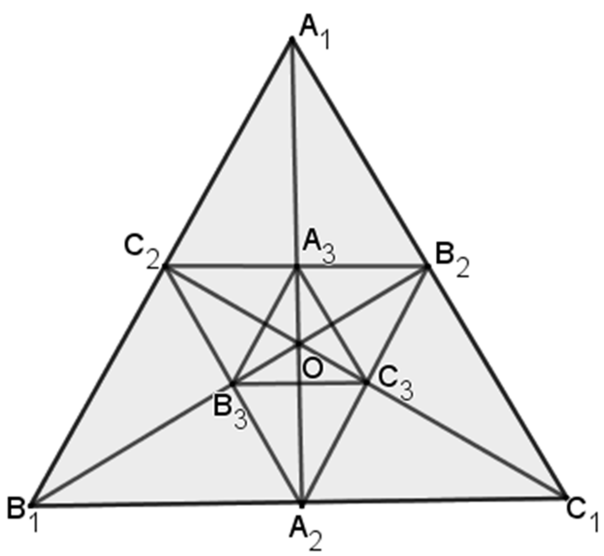
Do đó, phương án đúng là B (vì trong ba phương án còn lại không có phương án nào có góc 9^0).

Câu 93. Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác ABC. Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, $A_3B_3C_3, \ldots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n, kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \ldots + S_n + \ldots$?

A. $S = \frac{15\pi}{4}$. **B.** $S = 4\pi$. **C.** $S = \frac{9\pi}{2}$. **D.** $S = 5\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



*Gọi R_i là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\Delta A_iB_iC_i$ $\left(i=\overline{1;n}\right)$.

Ta có $R_1=OA_1=\dfrac{2}{3}A_1A_2=\sqrt{3}\Rightarrow S_1=3\pi$.

*Dễ thấy $V_{\left(o;-\frac{1}{2}\right)}:\Delta A_1B_1C_1\to \Delta A_2B_2C_2\Rightarrow R_2=\dfrac{1}{2}R_1\Rightarrow S_2=\dfrac{1}{4}S_1$.

$V_{\left(o;-\frac{1}{2}\right)}:\Delta A_2B_2C_2\to \Delta A_3B_3C_3\Rightarrow R_3=\dfrac{1}{2}R_2=\dfrac{1}{4}R_1\Rightarrow S_3=\dfrac{1}{4^2}S_1$.

Tương tự, ta có: $S_n=\dfrac{1}{4^{n-1}}S_1$.

Suy ra: $S=S_1+S_2+...+S_n+...=S_1\left(1+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4^2}+...+\dfrac{1}{4^{n-1}}+...\right)$

$=S_1.\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{4}}=\dfrac{4}{3}S_1=4\pi$. (Áp dụng công thức tính tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn).

Câu 94. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A. Biết độ dài cạnh đáy BC, đường cao AH và cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội q. Gía trị của q^2 bằng

A. $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

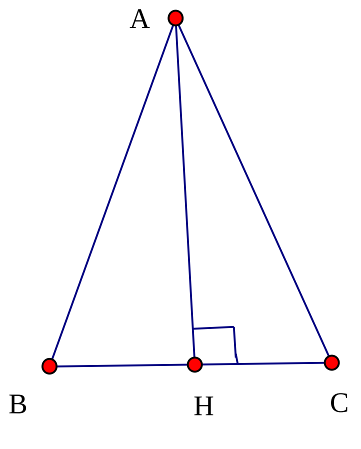
BC, AH, AB theo thứ tự lập thành CSN

$\Rightarrow \begin{cases} AH^2=BC.AB \\ \dfrac{AB}{BC}=q^2 \end{cases}$

Ta có:

$AH^2=AB^2-\dfrac{BC^2}{4}=AB.BC\Rightarrow 4\dfrac{AB^2}{BC^2}-4\dfrac{AB}{BC}-1=0$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{BC}=q=\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$



Câu 95. Một công ty trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kĩ sư theo phương thức như sau: mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ty là 15 triệu đồng/quý và kể từ quý làm việc thứ hai mức lương sẽ được tăng thêm 1,5 triệu đồng mỗi quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kĩ sư được nhận sau 3 năm làm việc cho công ty.

A. 495 triệu đồng. **B.** 279 triệu đồng. **C.** 384 triệu đồng. **D.** 558 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 96. Một hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = a,$ diện tích S_1. Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai là $A_1B_1C_1D_1$ có diện tích S_2. Tiếp tục như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3 và cứ tiếp tục như thế, ta được diện tích $S_4, S_5, ...$ Tính $S = S_1 + S_2 + ... + S_{100}$.

A. $S = \dfrac{2^{100} - 1}{2^{99}a^2}$. **B.** $S = \dfrac{a\left(2^{100} - 1\right)}{2^{99}}$. **C.** $S = \dfrac{a^2\left(2^{100} - 1\right)}{2^{99}}$. **D.** $S = \dfrac{a^2\left(2^{99} - 1\right)}{2^{99}}$

Hướng dẫn giải

Đáp án C

Dễ thấy $S_1 = a^2;\ S_2 = \dfrac{a^2}{2};\ S_3 = \dfrac{a^2}{4};...;S_{100} = \dfrac{a^2}{2^{99}}$

Như vậy $S_1, S_2, S_3, ..., S_{100}$ là cấp số nhân với công bội $q = \dfrac{1}{2}$

$$S = S_1 + S_2 + ... + S_{100} = a^2\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^{99}}\right) = \frac{a^2\left(2^{100} - 1\right)}{2^{99}}$$